

**Автономная некоммерческая организация профессионального образования  
«ПЕРМСКИЙ ГУМАНИТАРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»  
(АНО ПО «ПГТК»)**

**УТВЕРЖДЕНА**  
Педагогическим советом АНО ПО «ПГТК»  
(протокол от 05.02.2026 № 01)  
Председатель Педагогического совета, директор  
И.Ф. Никитина



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ  
ПП.01 «МАТЕМАТИКА»**

для специальности  
**09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного  
интеллекта**  
(код и наименование специальности)

Квалификация выпускника  
**Специалист по работе с искусственным интеллектом**

Форма обучения  
**Очная**

**Пермь, 2026 г.**

Фонд оценочных средств учебного предмета ПП.01 «Математика» разработан на основе рабочей программы учебного предмета ПП.01 «Математика» по специальности СПО 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного интеллекта, на основе требований ФГОС среднего общего образования, предъявляемых к структуре, содержанию и результатам освоения учебного ПП.01 «Математика», в соответствии с получением среднего общего образования в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования с учетом требований федеральных государственных образовательных стандартов и получаемой профессии или специальности среднего профессионального образования.

Фонд оценочных средств предназначен для обучающихся и преподавателей АНО ПО «ПГТК».

Автор-составитель: Дудина Н.А., старший преподаватель.

Фонд оценочных средств учебного предмета рассмотрен и одобрен на заседании кафедры математических и естественно-научных дисциплин, протокол № 1 от 04.02.2026.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ ФОНДА-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ .....	4
1.1. Область применения ФОС .....	4
1.2. Результаты освоения учебного предмета .....	4
1.3. Организация текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения программы учебного предмета .....	13
2. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА .....	14
2.1. Перечень вопросов и заданий для текущего контроля знаний .....	14
2.2. Практические задания для текущего контроля по учебной дисциплине .....	18
2.4. Индивидуальный проект .....	81
2.5. Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации .....	91
3. Рекомендуемая литература и иные источники .....	97

# 1. ПАСПОРТ ФОНДА-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

## 1.1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ФОС

Фонд оценочных средств предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, осваивающих программу учебного предмета ПП.01 «Математика» (углубленный уровень).

Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

ФОС разработаны в соответствии с ФГОС СОО и рабочей программы учебного предмета ПП.01 «Математика» (углубленный уровень).

## 1.2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

В результате освоения учебного предмета обучающийся должен достичь следующих результатов: *личностные (ЛР), метапредметные (МР), предметные (ПР)*.

### ***Личностные результаты:***

#### **гражданского воспитания:**

- ЛР1 сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества;
- ЛР2 умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

#### **патриотического воспитания:**

- ЛР3 ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях и труде;

#### **духовно-нравственного воспитания:**

- ЛР4 способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально-нравственные нормы и ценности;

#### **эстетического воспитания:**

- ЛР5 способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других народов, ощущать эмоциональное воздействие искусства;

#### **физического воспитания:**

- ЛР6 сформированность здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью;

#### **трудового воспитания:**

- ЛР7 готовность к активной деятельности технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность;

- ЛР8 готовность и способность к образованию и самообразованию на протяжении всей жизни;

**экологического воспитания:**

- ЛР9 умение прогнозировать неблагоприятные экологические последствия предпринимаемых действий, предотвращать их;

**ценности научного познания:**

- ЛР10 сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире;

***Метапредметные результаты***

**Овладение универсальными учебными познавательными действиями:**

**а) базовые логические действия:**

- МР1 самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне;

- МР2 устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения;

- МР3 определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения;

- МР4 выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях;

**б) базовые исследовательские действия:**

- МР5 владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем;

- МР6 способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

- МР7 формирование научного типа мышления, владение научной терминологией, ключевыми понятиями и методами;

- МР8 ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

- МР9 выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения;

- МР10 анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях;

- МР11 давать оценку новым ситуациям, оценивать приобретенный опыт;

- МР12 осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду;

- МР13 уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности;

- МР14 уметь интегрировать знания из разных предметных областей;

**в) работа с информацией:**

- МР15 владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления;

- МР16 оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам;

**Овладение универсальными коммуникативными действиями:**

**а) общение:**

- МР17 осуществлять коммуникации во всех сферах жизни;

- МР18 владеть различными способами общения и взаимодействия;

- МР19 развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств;

**б) совместная деятельность:**

- МР20 понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы;

- МР21 выбирать тематику и методы совместных действий с учетом общих интересов и возможностей каждого члена коллектива;

**Овладение универсальными регулятивными действиями:**

**а) самоорганизация:**

- МР22 самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

- МР23 давать оценку новым ситуациям;

- МР24 делать осознанный выбор, аргументировать его, брать ответственность за решение;

**б) самоконтроль:**

- МР25 давать оценку новым ситуациям, вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям;

- МР26 владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований;

**в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность:**

- МР27 самосознания, включающего способность понимать свое эмоциональное состояние, видеть направления развития собственной эмоциональной сферы, быть уверенным в себе;

- МР28 саморегулирования, включающего самоконтроль, умение принимать ответственность за свое поведение, способность адаптироваться к эмоциональным изменениям и проявлять гибкость, быть открытым новому;

**г) принятие себя и других людей:**

- МР29 принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности;

- МР30 развивать способность понимать мир с позиции другого человека.

***Предметные результаты (базовый уровень):***

ПР.1 владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

ПР.2 умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;

ПР.3 умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

ПР.4 умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

ПР.5 умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении

процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

ПР.6 умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

ПР.7 умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;

ПР.8 умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

ПР.9 умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

ПР.10 умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;



ПР.11 умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;

ПР.12 умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;

ПР.13 умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;

ПР.14 умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

*Требования к предметным результатам освоения углубленного курса математики должны включать требования к результатам освоения базового курса и дополнительно отражать:*

ПР.15 умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;

ПР.16 умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;

ПР.17 умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;

ПР.18 умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;

ПР.19 умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости,

наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;

ПР.20 умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;

ПР.21 умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

ПР.22 умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций;

умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции;

умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;

ПР.23 умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;

ПР.24 умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика

функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции;

умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;

ПР.25 умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел;

ПР.26 умение свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;

ПР.27 умение находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

ПР.28 умение свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар,

*сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;*

*ПР.29 умение свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур;*

*ПР.30 умение свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни;*

*ПР.31 умение свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица  $2 \times 2$  и  $3 \times 3$ , определитель матрицы, геометрический смысл определителя;*

*ПР.32 умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;*

*ПР.33 умение выбрать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений;*

*умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.*

#### **Форма промежуточной аттестации по учебному предмету**

Наименование учебного предмета	Форма промежуточной аттестации
ПП.01 Математика	Экзамен

### **1.3. ОРГАНИЗАЦИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

В период обучения по образовательной программе СПО с получением среднего образования осуществляется текущий контроль успеваемости студентов и промежуточная аттестация по общеобразовательным учебным предметам.

Текущий контроль осуществляется в пределах учебного времени, отведенного на учебный предмет, оценивается по пятибалльной шкале. Текущий контроль проводится с целью объективной оценки качества освоения программы предмета, а также стимулирования учебной деятельности студентов, подготовки к промежуточной аттестации и обеспечения максимальной эффективности учебного процесса. Для оценки качества подготовки используются различные формы и методы контроля. Текущий контроль учебного предмета осуществляется в форме устного опроса; защиты практических заданий, реферата, творческих работ; выполнения контрольных и тестовых заданий.

Промежуточная аттестация проводится в форме: экзамена.

В период сложной санитарно-эпидемиологической обстановки или других ситуациях невозможности очного обучения и проведения аттестации студентов колледж реализует образовательные программы или их части с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий в предусмотренных законодательством формах обучения или при их сочетании, при проведении учебных занятий, практик, текущего контроля успеваемости, промежуточной, аттестации обучающихся.

## **2. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

### **2.1. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ**

#### **РАЗДЕЛ 1. АЛГЕБРА**

##### **Развитие понятия о числе**

##### **Вопросы для дискуссий:**

- Дайте определения натуральных, рациональных, иррациональных и действительных чисел.
- Приведите примеры и обозначения соответствующих множеств.
- Дайте определения абсолютной и относительной погрешности приближенного числа.
- Что понимается под степенью с рациональным (действительным) показателем?

##### **Корни, степени**

##### **Вопросы для дискуссий:**

- Что понимается под степенью с рациональным (действительным) показателем?
- Перечислите свойства степени с рациональным (действительным) показателем.
- Дайте определение корня  $n$ -ой степени.
- Перечислите свойства корня  $n$ -ой степени.

#### **РАЗДЕЛ 2. ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ**

##### **Вопросы для дискуссий:**

- Дайте определение основных тригонометрических функций.
- Какие из основных тригонометрических функций являются четными (нечетными)?
- Сформулируйте основные тригонометрические тождества.

##### **Функции, их свойства и графики**

##### **Вопросы для дискуссий:**

- Дайте определение функции, области определения функции, множество значений функции, графика функции.
- Перечислите способы задания функции.
- Какая функция называется степенной, перечислите ее свойства.
- Дайте определение и перечислите свойства показательной функции.
- Дайте определение и перечислите свойства логарифмической функции.
- Постройте график функции  $y = \sin x$  и перечислите основные свойства.

- Постройте график функции  $y = \cos x$  и перечислите основные свойства.
- Постройте график функции  $y = \operatorname{tg} x$  и перечислите основные свойства.
- Постройте график функции  $y = \operatorname{ctg} x$  и перечислите основные свойства.
- Перечислите преобразования графиков функции.

### **Уравнения и неравенства**

#### **Вопросы для дискуссий:**

- Какие уравнения называются равносильными?
- Перечислите основные приемы решения уравнений.
- Какие неравенства называются равносильными?
- Перечислите основные методы решения неравенств.
- Системы уравнений и способы их решения.
- Какова геометрическая интерпретация решений системы двух уравнений с двумя неизвестными?
- В чем состоит алгоритм решения рационального неравенства методом интервалов?
- Иррациональные уравнения, способы решения.
- Показательные уравнения, способы решения.
- Показательные неравенства, способы решения.
- Логарифмические уравнения, способы решения.
- Логарифмические неравенства, способы решения.
- Простейшие тригонометрические уравнения.
- Тригонометрические уравнения, способы решения.
- Тригонометрические неравенства, способы решения.

## **РАЗДЕЛ 4. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

### **Вычисление производных и интегралов**

#### **Вопросы для дискуссий:**

- Дайте определение числовой последовательности.
- Что такое предел последовательности?
- Перечислите основные свойства предела.
- Дайте определение производной с помощью понятия предела.
- Перечислите основные правила дифференцирования.
- Каков геометрический смысл производной?
- Каков физический смысл производной?
- Дифференциал функции и его свойства.

- Применение производной при решении прикладных задач.
- Что такое первообразная данной функции?
- Дайте определение определённого интеграла.
- Сформулируйте формулу Ньютона-Лейбница.
- Каковы основные свойства интеграла?
- Что такое криволинейная трапеция?
- Как можно вычислить площадь криволинейной трапеции?

## **РАЗДЕЛ 6. ГЕОМЕТРИЯ**

### **Многогранники и круглые тела**

#### **Вопросы для дискуссий:**

- Дайте определение многогранника и его элементов.
- Какой многогранник называется призмой?
- Перечислите виды призм.
- Дайте определение пирамиды.
- Какие виды пирамиды вы знаете?
- Какой многогранник называется правильным?
- Что называется цилиндром?
- Какие виды цилиндра существуют?
- Дайте определения конуса.
- Перечислите виды конуса.
- Чем шар отличается от сферы?

### **Координаты и векторы**

#### **Вопросы для дискуссий:**

- Прямоугольная система координат в пространстве.
- Дайте определение вектора.
- Перечислите виды векторов.
- Какие действия над векторами можно производить?

### **Прямые и плоскости**

#### **Вопросы для дискуссий:**

- Как могут быть расположены две прямые.
- Какие прямые называются скрещивающимися?
- Дайте определение параллельных прямых.
- Сформулируйте признаки параллельных прямых.



- В каком случае говорят, что прямая параллельна плоскости?
- Сформулируйте признаки параллельности прямой и плоскости.
- Какие плоскости называются параллельными?
- Сформулируйте признаки параллельности плоскостей.
- Дайте определение перпендикуляра и наклонной.
- В каком случае говорят, что прямая перпендикулярна плоскости?
- Сформулируйте признаки перпендикулярности прямой и плоскости.
- Какие плоскости называются перпендикулярными?
- Сформулируйте признаки перпендикулярности плоскостей.
- Как определяется угол между прямой и плоскостью?
- Как вычисляется угол между двумя плоскостями?

## **РАЗДЕЛ 7. КОМБИНАТОРИКА, СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

### **Комбинаторика, статистика и теория вероятностей**

#### **Вопросы для дискуссий:**

- Элементы комбинаторики: перестановки, размещения и сочетания.
- Дайте определение события.
- Перечислите виды событий.
- Дайте классическое определение вероятности события.
- Укажите границы применения классической формулы вероятности.
- Перечислите основные задачи математической статистики.

#### **Критерии оценивания:**

– оценка «отлично» ставится, если обучающимся дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений;

– оценка «хорошо» ставится, если обучающимся дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ логичен, выстроен, но совершены единичные ошибки. Не в полной мере владеет знаниями по дисциплине;

– оценка «удовлетворительно» ставится, если ответ на вопрос не полный, с ошибками. Обучающийся путается в деталях, с затруднением пользуется терминологией. Есть замечания к построению ответа, к логике и последовательности изложения;

– оценка «неудовлетворительно» ставится, если ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу, присутствует фрагментарность, нелогичность изложения.

## 2.2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Практическое занятие № 1 (1 час)

**Рациональные уравнения. Способы решения рациональных уравнений. Рациональные неравенства. Метод интервалов при решении рациональных неравенств.**

Решить уравнение:

$$x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$$

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x = 0$$

$$6x^4 + 7x^3 - 36x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 10x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12$$

$$(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 1$$

$$x^4 - 12x^3 + 43x^2 - 42x + 6 = 0$$

$$x^4 - 10x^3 + 27x^2 - 14x + 2 = 0$$

$$(x + 5)^4 - 13x^2(x + 5)^2 + 36x^4 = 0$$

$$(x^2 + x + 4)^2 + 3x(x^2 + x + 4) + 2x^2 = 0$$

Решите неравенство:

$$a) (3x - 7)^2 > (7x - 3)^2;$$

$$b) (x + 3)^3(x - 6)(x + 2)^4 \leq 0;$$

$$в) \frac{2x - 5}{x^2 - 6x - 7} \geq \frac{1}{x - 3}.$$

Практическое занятие № 2 (1 час)

**Вычисление погрешностей вычислений с приближенными данными**

1 вариант	2 вариант
Пусть дано $3,4 < x < 3,9$ . Найти границы выражения: А) $-3x+2$	Пусть дано $3,2 < x < 3,6$ . Найти границы выражения: А) $-4x+3$
Пусть дано $5,9 < x < 7,4$ . Найти границы величины $\frac{1}{x}$ .	Пусть дано $6 < x < 8,2$ . Найти границы величины $\frac{1}{x}$ .
Найти границы суммы $a+v$ , если $1,8 < a < 2,4$ $-1,3 < v < -0,8$ Найти границы разности $a-v$ , если $-3,4 < a < -2,9$ $1,4 < v < 1,9$	Найти границы суммы $a+v$ , если $1,6 < a < 1,9$ $-1,2 < v < -0,6$ Найти границы разности $a-v$ , если $-3,1 < a < -2,6$ $1,2 < v < 1,5$
Найти границы произведения $a \cdot v$ , если $2,4 < a < 2,6$ $1,4 < v < 1,8$	Найти границы произведения $a \cdot v$ , если $2,3 < a < 2,8$ $1,2 < v < 1,6$
Найти границы частного $\frac{a}{v}$ $3,2 < a < 4,2$ $2,2 < v < 2,5$	Найти границы частного $\frac{a}{v}$ $3,4 < a < 4,4$ $2,6 < v < 2,8$
Вычислить приближенное значение величины $x$ , равное среднему арифметическому границ и указать точность этого приближения , если $3,4 < x < 3,9$	Вычислить приближенное значение величины $x$ , равное среднему арифметическому границ и указать точность этого приближения , если $3,2 < x < 3,6$
Пусть $x = 37,6 \pm 0,2$ . вычислить в процентах границу относительной погрешности приближенного значения величины $x$ .	Пусть $x = 38,1 \pm 0,2$ . вычислить в процентах границу относительной погрешности приближенного значения величины $x$ .
Найдите верхнюю и нижнюю границы, если приближенное значение числа и относительная погрешность а процентах	Найдите верхнюю и нижнюю границы, если приближенное значение числа и относительная погрешность а процентах

соответственно равны:  $a = 24$  ;  $\mathcal{E} = 4\%$

соответственно равны:  $a = 32$  ;  $\mathcal{E} = 3\%$

Практическое занятие № 3 (2 часа)

### Преобразования алгебраических выражений

1 вариант	2 вариант
<p><b>1. Найдите значения степени:</b></p> <p>а) <math>10^3</math>;</p> <p>б) <math>(-8)^4</math>;</p> <p>в) <math>3,2^2</math>;</p> <p>г) <math>\left(1\frac{2}{3}\right)^3</math> ;</p> <p><b>2. Представьте в виде квадрата или куба число:</b></p> <p>а) 25;</p> <p>б) -64;</p> <p>в) 2,89;</p> <p>г) 0,027;</p> <p><b>3. Представьте в виде степени произведение:</b></p> <p>а) <math>7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7</math>;</p> <p>б) <math>(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)</math> ;</p> <p>в) <math>x \cdot x \cdot x</math> ;</p> <p>г) <math>y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y</math> ;</p> <p>д) <math>x^5 x^8</math>;</p> <p>е) <math>y^2 y^9</math> ;</p> <p>ж) <math>2^6 \cdot 2^4</math> ;</p> <p>з) <math>m^2 m^5 m^4</math> ;</p> <p>и) <math>x^6 \cdot x^3 \cdot x^7</math>;</p> <p>к) <math>(-7)^3 \cdot (-7)^2 \cdot (-7)^9</math>.</p> <p><b>4. Представьте в виде степени частное:</b></p> <p>а) <math>x^8 : x^4</math>;</p> <p>б) <math>(-0,5)^{10} : (-0,5)^8</math>;</p> <p>в) <math>x^5 : x^3</math>;</p> <p>г) <math>y^{10} : y^{10}</math>;</p>	<p><b>1. Найдите значения степени:</b></p> <p>а) <math>7^3</math>;</p> <p>б) <math>(-3)^4</math>;</p> <p>в) <math>5,4^2</math>;</p> <p>г) <math>\left(-\frac{1}{3}\right)^4</math>;</p> <p><b>2. Представьте в виде квадрата или куба число:</b></p> <p>а) 36;</p> <p>б) -121;</p> <p>в) 1,728;</p> <p>г) 0,081;</p> <p><b>3. Представьте в виде степени произведение:</b></p> <p>а) <math>6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6</math>;</p> <p>б) <math>(-4) \cdot (-4) \cdot (-4)</math>;</p> <p>в) <math>x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x</math>;</p> <p>г) <math>y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y</math>;</p> <p>д) <math>x^6 x^9</math>;</p> <p>е) <math>y^7 y^5</math> ;</p> <p>ж) <math>2^3 \cdot 2^8</math> ;</p> <p>з) <math>m^3 m^7 m^2</math> ;</p> <p>и) <math>x^5 \cdot x^4 \cdot x^8</math>;</p> <p>к) <math>(-4)^4 \cdot (-4)^3 \cdot (-4)^7</math>.</p> <p><b>4. Представьте в виде степени частное:</b></p> <p>а) <math>x^6 : x^3</math>;</p> <p>б) <math>(-0,3)^9 : (-0,3)^4</math>;</p> <p>в) <math>x^8 : x^2</math>;</p> <p>г) <math>y^9 : y^9</math>;</p> <p>д) <math>3^5 : 3^2</math> ;</p>

<p>д) <math>2^6 : 2^4</math>;</p> <p>е) <math>\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^4</math>.</p> <p><b>5. Вычислить.</b></p> <p>а) <math>\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 1\frac{1}{3} - (0,5)^2</math>;</p> <p>б) <math>3000 \cdot (0,2)^3 - (-2)^6</math>;</p> <p>в) <math>\frac{1,6}{(0,4)^2} - (-3)^3</math>; г) <math>5^2 - 3^2</math>;</p> <p>д) <math>6^2 : (-4)</math>;</p> <p>е) <math>3 \cdot 6^2</math>;</p> <p>ж) <math>(-10 + 7)^3</math>;</p> <p>з) <math>\frac{6^6}{6^4}</math>;</p> <p>и) <math>\frac{(-0,5)^9}{(-0,5)^6}</math>;</p> <p>к) <math>\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^7}{\left(-\frac{2}{3}\right)^4}</math>;</p> <p>л) <math>\frac{\left(1\frac{2}{5}\right)^5}{\left(1\frac{2}{5}\right)^3}</math>;</p> <p>м) <math>2^3 - 3^2</math>;</p> <p>н) <math>(-2)^3 \cdot (-1)^6</math>;</p> <p>о) <math>a^4 \cdot a \cdot a^3 a</math>;</p> <p>п) <math>(7x)^2</math>;</p> <p>р) <math>p \cdot p^2 \cdot p^0</math>;</p> <p>с) <math>c \cdot c^3 \cdot c</math>;</p> <p>т) <math>T \cdot T^4 \cdot (T^2)^2 \cdot T^0</math>;</p> <p>у) <math>(2^3)^7 : (2^5)^3</math>;</p> <p>ф) <math>-x^3 \cdot (-x)^4</math>;</p> <p>х) <math>(p^2)^4 : p^5</math>;</p> <p>ц) <math>(3^4)^2 \cdot (3^2)^3 : 3^{11}</math>.</p>	<p>е) <math>\left(\frac{3}{7}\right)^8 : \left(\frac{3}{7}\right)^5</math>.</p> <p><b>5. Вычислить.</b></p> <p>а) <math>\left(\frac{2}{9}\right)^2 \cdot 2\frac{1}{4} - (0,6)^2</math>;</p> <p>б) <math>5000 \cdot (0,3)^3 - (-3)^7</math>;</p> <p>в) <math>\frac{2,4}{(0,2)^3} - (-3)^4</math>;</p> <p>г) <math>3^4 - 2^5</math>;</p> <p>д) <math>8^2 : (-3)</math>;</p> <p>е) <math>8 \cdot 7^2</math>;</p> <p>ж) <math>(-9+2)^3</math>; з) <math>\frac{8^4}{8^2}</math>;</p> <p>и) <math>\frac{(-0,2)^8}{(-0,2)^5}</math>;</p> <p>к) <math>\frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^8}{\left(-\frac{3}{5}\right)^4}</math>;</p> <p>л) <math>\frac{\left(2\frac{2}{5}\right)^6}{\left(2\frac{2}{5}\right)^3}</math>;</p> <p>м) <math>4^4 - 4^2</math>;</p> <p>н) <math>(-3)^4 \cdot (-1)^5</math>;</p> <p>о) <math>a^5 \cdot a \cdot a^4 a</math>;</p> <p>п) <math>(8x)^3</math>;</p> <p>р) <math>p \cdot p^4 \cdot p^0</math>;</p> <p>с) <math>c \cdot c^5 \cdot c</math>;</p> <p>т) <math>T \cdot T^3 \cdot (T^4)^4 \cdot T^0</math>;</p> <p>у) <math>(4^3)^5 : (4^2)^6</math>;</p> <p>ф) <math>-x^5 \cdot (-x)^3</math>;</p> <p>х) <math>(p^5)^4 : p^3</math>;</p> <p>ц) <math>(5^4)^2 \cdot (5^2)^5 : 5^{10}</math>.</p>
--	---

Практическое занятие № 4 (2 часа)

**Преобразование выражений, содержащих радикалы и степени с дробными показателями**

1 вариант	2 вариант
Вычислить	Вычислить
$8^{\frac{1}{2}} * 8^{\frac{1}{2}}$	$11^{\frac{1}{2}} * 11^{\frac{1}{2}}$
$16^{\frac{2}{3}} : 16^{\frac{1}{2}}$	$25^{\frac{2}{3}} : 25^{\frac{1}{2}}$
$27^{\frac{2}{3}} : 27^{\frac{1}{3}}$	$64^{\frac{2}{3}} : 64^{\frac{1}{3}}$
$(16^{\frac{1}{4}})^{\frac{20}{4}}$	$(81^{\frac{1}{4}})^{\frac{12}{4}}$
$(81 * 16)^{\frac{1}{4}}$	$(81 * 6)^{\frac{-1}{4}}$
$16^{\frac{1}{4}} * 25^{\frac{1}{2}}$	$(\frac{1}{15})^{-1} : 9^{\frac{1}{2}}$
$(\frac{27^3}{125^6})^{\frac{1}{9}}$	$(27 * 8)^{\frac{1}{3}}$
$\frac{7^{\frac{7}{3}} * 7^{\frac{-4}{3}}}{7^2}$	$\frac{5^{\frac{1}{4}} * 5^{\frac{1}{4}}}{5^2}$
$7^{\frac{-4}{3}} * 7^{\frac{1}{12}} * 7^{\frac{-3}{4}}$	$2^{1,3} * 2^{-0,7} * 2^{1,4}$
$25^{0,3} * 5^{1,4}$	$4^{0,7} * 2^{-0,4}$
Упростить выражение	Упростить выражение
$(x^{0,5} - y^{0,5})x^{0,5}y + (xy^3)^{0,5}$	$(x^{0,5} + y^{0,5})xy^{0,5} - (x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{6}})^3$
Вычислить:	Вычислить:
а) $\sqrt[5]{8} * \sqrt[5]{4}$ ;	а) $\sqrt[4]{64} * \sqrt[4]{4}$ ;
б) $\sqrt[4]{\frac{162}{768}} : \sqrt[4]{\frac{2}{3}}$ ;	б) $\sqrt[5]{\frac{4096}{46656}} : \sqrt[5]{\frac{4}{6}}$ ;
в) $\sqrt[8]{7^{24}}$ ;	в) $\sqrt[6]{8^{18}}$ ;
г) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{32768}}$ ;	г) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{19683}}$ ;
д) $(\sqrt[10]{32})^{-2}$ .	д) $(\sqrt[9]{27})^{-3}$ .

Упростить	Упростить
$\frac{a^{\sqrt{5}} * b^{\sqrt{5}}}{(ab)^{2+\sqrt{5}}}$	$\frac{a^{\sqrt{8}} * b^{\sqrt{8}}}{(ab)^{3+\sqrt{8}}}$
$(a^{1+\sqrt{3}})^{1-\sqrt{3}}$	$(a^{1+\sqrt{5}})^{1-\sqrt{5}}$
$(a^{\sqrt{3}} - b^{\sqrt{5}})(a^{\sqrt{3}} + b^{\sqrt{5}})$	$(a^{\sqrt{2}} - b^{\sqrt{5}})(a^{\sqrt{2}} + b^{\sqrt{5}})$
$a^{\sqrt{3}} * a^{1-\sqrt{3}}$	$a^{\sqrt{7}} * a^{1-\sqrt{7}}$
$a^{\sqrt{7}+1} * a^{\sqrt{7}-1}$	$a^{\sqrt{8}+1} * a^{\sqrt{8}-1}$
$(5^{1+\sqrt{3}})^{1-\sqrt{3}}$	$(7^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}}$
$4^{2-3\sqrt{7}} * 64^{\sqrt{7}}$	$5^{2-3\sqrt{10}} * 125^{\sqrt{10}}$
$\frac{12^{3+\sqrt{5}}}{3^{3+\sqrt{5}} * 4^{2+\sqrt{5}}}$	$\frac{15^{3+\sqrt{8}}}{3^{3+\sqrt{8}} * 5^{4+\sqrt{8}}}$
$(b^{\sqrt{10}})^{\sqrt{10}} : b^2$	$(b^{\sqrt{7}})^{\sqrt{7}} : b^2$
$4^{1+\sqrt{5}} * 2^{3-\sqrt{5}} * 2^{-2-\sqrt{5}}$	$16^{1+\sqrt{7}} * 4^{2-\sqrt{7}} * 4^{-2-\sqrt{7}}$
$(a^{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1})^{1-\sqrt[3]{2}}$	$(a^{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{4}+1})^{1-\sqrt[3]{4}}$
$(a^{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{5}})^{\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{25}}$	$(a^{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}})^{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{16}}$

## Практическое занятие № 5 (2 часа)

### Учебная игра на тему корень $n$ -ой степени

#### Цель:

систематизировать знания и умения по теме: «Корень  $n$  - степени» и закрепить с помощью тестов.

#### Задачи:

1. задачи обучения:
  - ✓ актуализация знаний учащихся по теме,
  - ✓ обобщить изученный материал;
2. задачи развития:
  - ✓ совершенствование умения учащихся работать с тестами, делать выводы;
  - ✓ развитие интереса к предмету и процессу познания
3. задачи воспитания:
  - ✓ воспитание умения оценивать свои знания и возможности в достижении положительных результатов;
  - ✓ воспитание умения работать в коллективе (в паре, как целое).

#### Подготовка:

Заранее создаётся презентация с учащимися 1 курса с заданиями для урока. Заготавливаются эмблемы «отличник», «участник игры», «лучший математик»

В основе игры лежит модель теле - игры «Кто хочет стать миллионером?». Игра состоит из нескольких туров, каждому из которых предшествует отборочный тур. Содержание учебного материала повторяется несколько раз, только в разных аспектах, что позволяет более глубоко закрепить знания.

Число туров может быть различным: в сильном классе: 4 – 5, а в слабом от 2 - 3. от тура к туру задания усложняются, что позволяет осуществить разноуровневый подход к обучению.

Участвовать в игре может как один человек, так и пара учащихся (примерно имеющих одинаковый уровень знаний).

Задания игровых туров составлены в форме тестов. Все задания проецируются на экране, в заранее подготовленной презентации.

#### Условия игры:

1. Участником игрового тура становится тот, кто проходит отборочный тур.
2. Игроки могут использовать следующие подсказки:
  - ✓ *Звонок другу* – обращение к любому игроку класса;
  - ✓ *Помощь зала* – правильный ответ определяется голосованием зрителей.



3. Звание отличника получает тот, кто пройдёт до конца все туры игры.

**Ход урока:**

**I. Первый оборочный тур:**

Дайте определение корня  $n$  – й степени

(Ответ: Корнем  $n$  – й степени из числа  $a$  называется такое число,  $n$  – я степень которого равна  $a$ .)

**Первый игровой тур:**

1. Вычислите  $\sqrt[4]{0,0081}$

- 1) 0,03                      2) 0,3                      3) 0,09                      4) 0,0003

(Ответ: 2) 0,3)

2. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}} - \sqrt[4]{27} * \sqrt[4]{3}$

- 1)  $2\frac{3}{4}$                       2)  $-8\frac{1}{2}$                       3)  $-2\frac{3}{4}$                       4)  $-3\frac{1}{4}$

(Ответ: 3)  $-2\frac{3}{4}$  )

Решите уравнение  $2 + x^3 = 0$

- 1)  $-\sqrt[3]{2}$  ;  $\sqrt[3]{2}$                       2)  $-8$                       3)  $-\sqrt[3]{2}$                       4)  $8$

(Ответ: 3)  $-\sqrt[3]{2}$  )

3. Вынесите множитель из - под знака корня  $\sqrt[4]{32x^5y^8}$  .

- 1)  $2xy^2\sqrt[4]{2xy}$                       2)  $4xy^2\sqrt[4]{2xy}$                       3)  $2xy\sqrt[4]{xy^2}$                       4)  $8xy^4\sqrt[4]{2xy^4}$

(Ответ: 1)  $2xy^2\sqrt[4]{2xy}$  )

4. Внесите множитель под знак корня  $2a^3b^2\sqrt[3]{3ab}$  , если  $a>0$ ,  $b>0$ .

- 1)  $\sqrt[3]{6a^2b^3}$                       2)  $\sqrt[3]{24a^{10}b^7}$                       3)  $\sqrt[3]{24a^{10}b^7}$                       4)  $\sqrt[3]{6a^3b^2}$

(Ответ: 2)  $\sqrt[3]{24a^{10}b^7}$  )

5. Упростите выражение  $\sqrt[5]{m^3\sqrt{m^2}}$  .

- 1)  $\sqrt[8]{m^3}$                       2)  $\sqrt[8]{m^5}$                       3)  $\sqrt[5]{m}$                       4)  $\sqrt[3]{m}$

(Ответ: 2)  $\sqrt[8]{m^5}$  )

6. Сократите дробь  $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

- 1)  $\sqrt{5}$                       2)  $\sqrt{3}-2$                       3)  $1$                       4)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(Ответ: 4)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$  )

II. Второй отборочный тур:

Дайте определение арифметического корня  $n$  – й степени

(Ответ: Арифметическим корнем  $n$  – й степени из неотрицательного числа  $a$  называется неотрицательное число,  $n$  – й степень которого равна  $a$ .)

Второй игровой тур:

1. Вычислите  $\sqrt[3]{0,064}$

- 1) 0,04                      2) 0,4                      3) 0,08                      4) 0,004

(Ответ: 2) 0,4 )

2. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}} - \sqrt[4]{216} * \sqrt[4]{6}$

- 1)  $-5\frac{3}{5}$                       2)  $-5\frac{1}{2}$                       3)  $-2\frac{3}{4}$                       4)  $-5\frac{4}{5}$

(Ответ: 4)  $-5\frac{4}{5}$  )

Решите уравнение  $16 + x^4 = 0$

- 1) -2; 2    2) 4; - 4                      3) нет корней                      4) много корней

(Ответ: 3) нет корней)

3. Вынесите множитель из - под знака корня  $\sqrt[4]{81x^5y^6}$  .

- 1)  $3xy^2\sqrt[4]{2xy}$                       2)  $9\sqrt[4]{2xy}$                       3)  $3xy\sqrt[4]{xy^2}$                       4)  $2xy^4\sqrt[4]{2xy^4}$

(Ответ: 3)  $3xy\sqrt[4]{xy^2}$  )

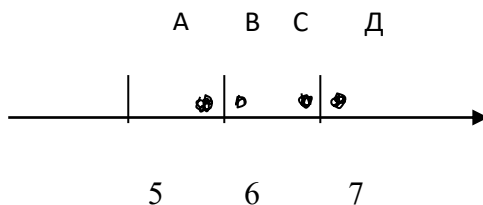
4. Внесите множитель под знак корня  $3a^2b^4\sqrt[3]{2ab}$  , если  $a>0, b>0$ .

- 1)  $\sqrt[3]{6a^2b^3}$                       3)  $\sqrt[3]{54a^6b^7}$                       4)  $\sqrt[3]{6a^3b^5}$

(Ответ: 2)  $\sqrt[3]{54a^7b^{13}}$  )

5. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу  $\sqrt{34}$  .

Какая это точка?



- 1) A    2) B    3) C    4) D

(Ответ: 1) A)

Упростите выражение  $\sqrt[7]{m^4\sqrt{m^3}}$  .

1)  $\sqrt[11]{m^3}$     2)  $\sqrt[11]{m^{12}}$     3)  $\sqrt[11]{m^4}$     4)  $\sqrt[28]{m^3}$

(Ответ: 3)  $\sqrt[11]{m^4}$  )

### III. Третий отборочный тур:

Перечислите основные свойства корня  $n$  – й степени

(Ответ: 1. Если  $a \geq 0$   $b \geq 0$  , то  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

2. Если  $a \geq 0$   $b > 0$  , то  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

3. Если  $n$  и  $k$  – натуральные числа и  $a \geq 0$  , то  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$

4. Если  $n$  ,  $m$  и  $k$  – натуральные числа и  $a \geq 0$  , то  $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$  )

### Третий игровой тур:

1. Вычислите  $\sqrt[4]{0,0256}$

1) 0,04                      2) 0,16                      3) 0,4                      4) 0,0004

(Ответ: 3) 0,4 )

2. Вынесите множитель из- под знака корня  $\sqrt[4]{32x^5y^8}$  .

1)  $2xy^2\sqrt[4]{2xy}$               2)  $2xy\sqrt[4]{xy^2}$               2)  $4xy^2\sqrt[4]{2xy}$               4)  $8xy^4\sqrt[4]{2xy^4}$

(Ответ: 2)  $2xy\sqrt[4]{xy^2}$  )

3. Найдите значение выражения  $\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4-2\sqrt{2}}$

1) 16 2) 8 3) -8 4) -16

(Ответ: 2) 8)

4. Решите уравнение  $\frac{1}{8}x^5 + 4 = 0$

1)  $\sqrt[5]{\frac{4}{8}}$               2) 2                      3)  $-\frac{1}{2}$                       4) -2

(Ответ: 4) -2)

5. Сократите дробь  $\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

1)  $\sqrt{3}$  2)  $\sqrt{3}-1$  3) 1    4) -3

(Ответ: 2)  $\sqrt{3}-1$  )

6. Упростите выражение  $\sqrt[7]{m^4\sqrt{m^3}}$  .

$$1) \sqrt[11]{m^3} \quad 2) \sqrt[11]{m^4} \quad 3) \sqrt[11]{m^{12}} \quad 4) \sqrt[28]{m^3}$$

(Ответ:  $2) \sqrt[11]{m^4}$  )

### **Итоги игры:**

Подводим итоги игры. Игроки, которые правильно ответили на все вопросы получают звание «отличник» и отметки «5» в журнал; не дошедшие до конца тура (использовав все подсказки) – звание «участник игры» и отметку «4». Отметки «5» можно поставить и получившим звание «лучший математик», т. Е. ученикам, которые дали правильно подсказку.

Об окончании игры возвещает гонг – ранее заведённый будильник. Сигнал должен прозвучать за 2 – 3 минуты до окончания урока. Этого времени достаточно для подведения итогов урока и задания на дом.

**Решение иррациональных уравнений и неравенств**

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>
Решите уравнение:	Решите уравнение:
$\sqrt{x} = x - 6$	$\sqrt{6 - x} = x$
$x + \sqrt{41 - x^2} = 9$	$\sqrt{x^2 - 4} = \sqrt{5}$
$\sqrt{x - 3} = x - 9$	$\sqrt{x + 2} = 3x - 4$
$\sqrt{x - 1} + \sqrt{2x - 1} = 5$	$\sqrt{2x + 3} - \sqrt{x + 1} = 1$
$\sqrt{5x - 4} + \sqrt{2x - 1} = \sqrt{3x + 1}$	$\sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 1} = \sqrt{3x - 1}$

Решите неравенство

1.  $\sqrt{3x + 13} < x + 1$

2.  $\sqrt{x^2 - 1} > x - 3$

3.  $\sqrt{1 - x} - \sqrt{x} \geq \frac{1}{\sqrt{5}}$

Практическое занятие № 7 (2 часа)

**Радийанный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.**

1. Вычислите:

а)  $\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$ , б)  $2\cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}$ , в)  $7\sin \frac{\pi}{4} - 7\cos \frac{\pi}{4} + 5\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - 15\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$ .

2. Радийанная мера двух углов треугольника равна  $\frac{\pi}{3}$  и  $\frac{\pi}{6}$ . Найдите градусную меру каждого из углов треугольника.

3. Выразите в градусной мере величину угла:  $\frac{3\pi}{5}$ .

4. Выразите величину угла в радианах:  $15^\circ$ .

5. Найдите знак произведения, используя правило знаков по четвертям:  $\sin 65^\circ \cdot \cos 100^\circ \cdot \operatorname{tg} 40^\circ$ .

6. Вычислите значение выражения:  $\sin \frac{\pi}{6} + \sqrt{3}\cos \frac{\pi}{6}$ .

7. Вычислите:

а)  $\sin \alpha = 0,6, \alpha \in \text{IY четверти}, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha - ?$ , б)  $\sin \alpha = -0,8, \alpha \in \text{IY четверти}, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha - ?$ ,

8. Вычислите: а)  $\sin 0 + \cos \frac{\pi}{2} + \sin^2 \frac{\pi}{4}$ , б)  $3\sin \frac{\pi}{6} + 2\cos \pi + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6}$ .

9. Найдите знак произведения:

а)  $\cos 130^\circ \cdot \operatorname{tg} 220^\circ$ , б)  $\cos 305^\circ \cdot \sin 205^\circ$ , в)  $\cos 320^\circ \cdot \operatorname{tg} 130^\circ \cdot \operatorname{ctg} 125^\circ$ , г)  $\sin 205^\circ \cdot \operatorname{tg} 230^\circ \cdot \operatorname{ctg} 65^\circ$ ,

10. Вычислить значения  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$ , если  $\alpha = 120^\circ$ .

11. Вычислите значение тригонометрических функций:

$\sin \pi/3; \cos 7\pi/6; \operatorname{tg} \pi; \sin \pi/4; \operatorname{tg} 2\pi/3; \operatorname{ctg} \pi/2$ .

12. Найдите радианную меру углов треугольника, если их величины относятся как 2:3:4.

13. Может ли косинус быть равным: а)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , б)  $\frac{\pi}{3}$ , в)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$ , г)  $\frac{3}{\pi}$ ?

14. Может ли синус быть равным: а)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , б)  $\frac{\pi}{6}$ , в)  $\frac{\sqrt{30}}{6}$ , г)  $\frac{3\pi}{4}$ ?

15. Вычислите:

а)  $\sin \alpha = \frac{5}{13}, \alpha \in \text{II четверти}, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha - ?$ , б)  $\cos \alpha = \frac{5}{13}, \alpha \in \text{IY четверти}, \sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha - ?$

16. Вычислите :

а)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{8}, \alpha \in \text{III ч.}, \cos \alpha, \sin \alpha, \operatorname{ctg} \alpha - ?$  б)  $\operatorname{ctg} \alpha = -3, \alpha \in \text{IY ч.}, \cos \alpha, \sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha - ?$

17. Известно, что  $\operatorname{tg} \alpha = 2$ . Вычислите значение выражения:

a)  $\frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}$ , б)  $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ , в)  $\frac{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ .

18. Известно, что  $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,5$ . Вычислите значение выражения:

a)  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ , б)  $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$ , в)  $1 + \sin 2 \alpha$ .

19. Вычислите : а)  $\sin \frac{7\pi}{3}$ , б)  $\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$ , в)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ , г)  $\operatorname{ctg} 13,5\pi$ .

20. Известно, что  $\sin t = \frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < t < \pi$ . Вычислите:  $\cos t, \operatorname{tg} t, \operatorname{ctg} t$ .

21. Известно, что  $\cos t = 0,8, 0 < t < \frac{\pi}{2}$ . Вычислите:  $\sin t, \operatorname{tg} t, \operatorname{ctg} t$ .

22. Найдите значение выражения:  $5 \sin^2 3x - 6$ , если  $\cos^2 3x = 0,6$ .

23. Найдите значение выражения:  $5 \sin^2 4x - 6$ , если  $\cos^2 4x = 0,8$ .

24. Известно, что  $\sin t = -\frac{4}{5}, \pi < t < \frac{3\pi}{2}$ . Вычислите:  $\cos t, \operatorname{tg} t, \operatorname{ctg} t$ .

25. Известно, что  $\cos t = 0,6, 0 < t < \frac{\pi}{2}$ . Вычислите:  $\sin t, \operatorname{tg} t, \operatorname{ctg} t$ .

Практическое занятие № 8 (2 часа)

**Основные тригонометрические тождества. Формулы двойного угла, формулы сложения.**

Вычислить:

$$\sin 15^\circ;$$

$$\sin 75^\circ;$$

$$\cos 32^\circ \cos 2^\circ + \sin 32^\circ \sin 2^\circ;$$

$$\sin 95^\circ \cos 5^\circ - \cos 95^\circ \sin 5^\circ.$$

$$\cos 88^\circ \cos 2^\circ - \sin 88^\circ \sin 2^\circ;$$

$$\sin 50^\circ \cos 5^\circ - \cos 50^\circ \sin 5^\circ.$$

Упростить:

$$\frac{\cos 2\alpha - \sin^2 \alpha}{2\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}.$$

$$\frac{1 + \sin \alpha}{2\cos \alpha + \sin 2\alpha}.$$

$$\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha}.$$

$$\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos 2\alpha + \sin^2 \alpha}.$$



**Преобразование простейших тригонометрических выражений**

1. Найдите значение выражения  $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$ .
2. Найдите значение выражения  $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$ .
3. Найдите значение выражения  $\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$ .
4. Найдите значение выражения  $36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}$ .
5. Найдите значение выражения  $4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}$ .
6. Найдите значение выражения  $\frac{8}{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})}$ .
7. Найдите значение выражения  $-4\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$ .
8. Найдите значение выражения  $-18\sqrt{2} \sin(-135^\circ)$ .
9. Найдите значение выражения  $24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .
10. Найдите значение выражения  $\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$ .
11. Найдите значение выражения  $\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$ .
12. Найдите значение выражения  $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$ .
13. Найдите значение выражения  $\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$ .
14. Найдите значение выражения  $5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ$ .
15. Найдите значение выражения  $7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ$ .
16. Найдите значение выражения  $\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$ .
17. Найдите значение выражения  $\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$ .
18. Найдите значение выражения  $\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$ .

20. Найдите значение выражения  $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$ .
21. Найдите значение выражения  $\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}$ .
22. Найдите значение выражения:  $12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$ .
23. Найдите значение выражения  $8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$ .
24. Найдите значение выражения  $\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$ .
25. Найдите значение выражения  $\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$ .
26. Найдите значение выражения  $\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$ .
27. Найдите значение выражения  $-50 \operatorname{tg} 9^\circ \cdot \operatorname{tg} 81^\circ + 31$ .
28. Найдите значение выражения  $\frac{23}{\sin^2 56^\circ + 1 + \sin^2 146^\circ}$ .
29. Найдите значения выражения  $-\frac{4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2 117^\circ}$ .
30. Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$ .
31. Найдите значение выражения  $\frac{50 \sin 19^\circ \cdot \cos 19^\circ}{\sin 38^\circ}$ .
32. Найдите значение выражения  $\frac{35 \sin 384^\circ}{\sin 24^\circ}$ .
33. Найдите значение выражения  $\frac{34 \sin 406^\circ}{\sin 46^\circ}$ .
34. Найдите значение выражения  $\sqrt{72} - \sqrt{288} \sin^2 \frac{21\pi}{8}$ .
35. Найдите значение  $5 \sin \frac{11\pi}{12} \cdot \cos \frac{11\pi}{12}$ .
36. Найдите значение выражения  $2\sqrt{2} \cos^2 \frac{3\pi}{8} - \sqrt{2}$ .
37. Найдите значение выражения  $2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \sin^2 \frac{7\pi}{12}$ .

Практическое занятие № 10 (2 часа)

**Построение графиков тригонометрических функций**

Постройте графики функций:

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
$y = -\sin x$ $y = \cos x + 1$ $y = 2\sin x$ $y = \cos(0,5x)$	$y = -\cos x$ $y = \sin x - 1$ $y = 2\cos x$ $y = -\sin 2x$	$y = -\operatorname{tg} x$ $y = \cos x - 1$ $y = 0,5\sin x$ $y = \cos 2x$	$y = -\sin x$ $y = \sin x + 1$ $y = 0,5\cos x$ $y = \sin 3x$

Практическое занятие № 11 (1 час)

**Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус**

Вычислить:

$$\begin{aligned} &\sin(\arccos \frac{12}{13}), \\ &\sin(\pi + 2\arcsin \frac{4}{\sqrt{17}}), \\ &25\sin(\arcsin \frac{4}{5} + \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\arcsin(\sin 70^\circ); \\ &\arcsin(\sin 210^\circ); \\ &\arcsin(\sin \frac{9\pi}{4}); \\ &\arccos(\cos 170^\circ); \\ &\arccos(\cos \frac{6\pi}{4}); \end{aligned}$$

Практическое занятие № 12 (1 час)

**Обратные тригонометрические функции: арктангенс, арккотангенс**

Вычислить:

Вариант 1	Вариант 2
1) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 2 - \operatorname{arctg} \frac{12}{13}) \left( \frac{19}{22} \right)$	1) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 2 - \operatorname{arctg} \frac{12}{13}) \left( \frac{19}{22} \right)$
2) $\cos(\pi - \operatorname{arctg} 2) \left( -\frac{\sqrt{5}}{5} \right)$	2) $\cos(\pi - \operatorname{arctg} 2) \left( -\frac{\sqrt{5}}{5} \right)$
3) $\arcsin \frac{4}{5} + \arccos \frac{1}{\sqrt{50}} \left( \frac{3\pi}{4} \right)$	3) $\arcsin \frac{4}{5} + \arccos \frac{1}{\sqrt{50}} \left( \frac{3\pi}{4} \right)$

**Практикум по решению тригонометрических уравнений и неравенств**

1 вариант	2 вариант
Решить уравнения	
1) $\cos X = 0$ 2) $\cos X = \frac{1}{5}$ 3) $\cos 3X = 1$ 4) $\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$ 5) $\cos(3x + \frac{\pi}{2}) = 0$ 6) $\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{3}) + 1 = 0$ 7) $2\cos(\frac{\pi}{3} + 2x) = \sqrt{3}$ 8) $(1 - 2\cos X)(1 + 3\cos 2X) = 0$	1) $\cos X = 1$ 2) $\cos X = -\frac{3}{7}$ 3) $\cos 5X = -1$ 4) $\cos \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5) $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$ 6) $\cos(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{5}) - 1 = 0$ 7) $2\cos(\frac{\pi}{6} - 2x) = -\sqrt{2}$ 8) $(1 + \cos X)(\sqrt{2} + 2\cos 2X) = 0$
9) $\sin X = 0$ 10) $\sin X = \frac{1}{5}$ 11) $\sin 4X = 1$ 12) $\sin \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$ 13) $\sin(3x + \frac{\pi}{2}) = 0$ 14) $\sin(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{3}) + 1 = 0$ 15) $2\sin(\frac{\pi}{2} + 2x) = \sqrt{3}$ 16) $(1 - 2\sin X)(1 + 3\sin 4X) = 0$	9) $\sin X = -1$ 10) $\sin X = -\frac{2}{7}$ 11) $\sin 2X = 1$ 12) $\sin \frac{x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 13) $\sin(x - \frac{\pi}{3}) = 0$ 14) $\sin(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{5}) - 1 = 0$ 15) $2\sin(\frac{\pi}{2} - 3x) = -\sqrt{2}$ 16) $(1 + \sin X)(1 - 2\sin X) = 0$
17) $\operatorname{tg} X = -1$ 18) $\operatorname{tg} X = 3$ 19) $\operatorname{tg} 2X = 0$ 20) $1 + \operatorname{tg} \frac{x}{3} = 0$	17) $\operatorname{tg} X = \sqrt{3}$ 18) $\operatorname{tg} X = -\frac{2}{7}$ 19) $\operatorname{tg} 5X = 0$

21) $\sqrt{3} - \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = 0$ 22) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = -1$ 23) $3 - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \sqrt{3}$ 24) $(\operatorname{tg}x - 5)(\operatorname{tg}3x + \sqrt{3}) = 0$	20) $\sqrt{3} + \operatorname{tg}\frac{x}{6} = 0$ 21) $1 - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{7}\right) = 0$ 22) $\operatorname{tg}\left(3x - \frac{x}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 23) $3 + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right) = \sqrt{3}$ 24) $(\operatorname{tg}x + 2)\left(\operatorname{tg}\frac{x}{2} - \sqrt{3}\right) = 0$
25) $\operatorname{ctg} x = -1$ 26) $\operatorname{ctg} x = 3$ 27) $\operatorname{ctg} 2x = 0$ 28) $1 + \operatorname{ctg}\frac{x}{3} = 0$ 29) $\sqrt{3} - \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = 0$ 30) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = -1$ 31) $3 - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \sqrt{3}$ 32) $(\operatorname{ctg}x - 5)(\operatorname{ctg}3x + \sqrt{3}) = 0$	25) $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$ 26) $\operatorname{ctg} x = -\frac{2}{7}$ 27) $\operatorname{ctg} 5x = 0$ 28) $\sqrt{3} + \operatorname{ctg}\frac{x}{6} = 0$ 29) $1 - \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{7}\right) = 0$ 30) $\operatorname{ctg}\left(3x - \frac{x}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 31) $3 + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right) = \sqrt{3}$ $(\operatorname{ctg}x + 2)\left(\operatorname{ctg}\frac{x}{2} - \sqrt{3}\right) = 0$

1 вариант	2 вариант
<b>Решите уравнения</b>	
A) $6 \sin^2 x - \cos x + 6 = 0$ B) $\operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{tg} x = 0$ C) $3 \sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$ D) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$	A) $8 \cos^2 x - 12 \sin x + 7 = 0$ B) $2 \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 3 = 0$ C) $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$ D) $\sin x + \cos x = 0$

Вариант 1	Вариант 2
Решить неравенство:	Решить неравенство:
$\sin x \leq \frac{1}{2}$	$\cos x < -\frac{1}{2}$

$\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\operatorname{tg} x \geq -1$ $\operatorname{ctg} x < \sqrt{3}$ $\sin 2x \geq -\frac{1}{2}$	$\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\operatorname{ctg} x \geq -1$ $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$ $\cos 2x > \frac{\sqrt{3}}{2}$
--	--



Практическое занятие № 16 (2 часа)

**Построение и чтение графиков функций. Исследование функции**

1 вариант	2 вариант
Исследовать функцию на отрезке и построить график :	
$y = x^3 - 3x^2 + 2$ на $[-1; 3]$	$y = x^4 - 10x^2 + 9$ на $[-3; 3]$

Практическое занятие № 17 (2 часа)

### График обратной функции

Найти обратную функцию и построить график

1)  $y=3x-8$

2)  $y=11-5x$

3)  $y=x^2$

Вариант 1	Вариант 2
Построить график функции:	Построить график функции:
1. $y = \operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{4};$	1. $y = \arcsin x - \frac{\pi}{3};$
2. $y = \operatorname{arcctg}(x - 4);$	2. $y = \arccos(x - 3);$
3. $y = 2\arcsin(x - 1) - \frac{2\pi}{3};$	3. $y = 2\operatorname{arcctg}(x + 1) - \frac{\pi}{3};$
4. $y = \arccos 2x - \frac{\pi}{3}.$	4. $y = \operatorname{arcctg} 2x - \frac{\pi}{2}.$

Практическое занятие № 18 (2 часа)

**Преобразования графиков функций**

Построить график функции:

1)  $y=2\cos(2x)+0,5$

2)  $y=-(x-2)^2-1$

3)  $y=2(x+1)^3$

4)  $y=-\cos(x)/3$

5)  $y=(x+1)^2+1$

6)  $y=4x^3-3$

**Решение показательных уравнений, Решение показательных неравенств**

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>
Решите уравнение и неравенства:	Решите уравнение и неравенства:
$\left(\frac{1}{64}\right)^x = \sqrt{\frac{1}{8}}$	$3^{\frac{1}{2}(x-5)} = 3\sqrt{3}$
$3^{x+2} - 3^x = 72$	$2^{x+3} - 2^x = 112$
$4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$	$5^x + \frac{125}{5^x} = 30$
$2^{3x} > \frac{1}{8}$	$3^{x^2-4} > 1$
$2^x + 2^{2x+2} - 3 \cdot 2^{2x+1} > -3$	$3^{x-1} \cdot 2^x > 25$

Решите уравнение

1)  $2^x = 16;$

2)  $0,5^x = 0,125;$

3)  $4^x = \frac{1}{16};$

4)  $\left(\frac{1}{6}\right)^x = 36;$

5)  $10^x = \sqrt[3]{100};$

6)  $0,3^x = \frac{1000}{27};$

7)  $5^x = \frac{1}{\sqrt[3]{25}};$

8)  $2^{x+1} = 4;$

9)  $3^{-1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3};$

10)  $6^{2x-8} = 216^x;$

11)  $3^{x^2-4,5} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{27}.$

**Решение логарифмических уравнений, Решение логарифмических неравенств**

1 вариант	2 вариант
$\log_2(2x - 1) = 3$ $\log_{10}(4x + 5) - \log_{10}(5x + 2) = 0$ $\log_3(2x + 1) = \log_3 13 + \log_3 3$ $\log_3(4 - 2x) - \log_3 2 < 2$ $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 4) \leq \log_2 6$	$\log_2(x + 3) = 4$ $\log_3(5x + 3) - \log_3(7x + 5) = 0$ $\log_{10}(x + 3) = \log_{10} 10 + \log_{10} 25$ $\log_2(2x + 1) - \log_2 3 \leq 1$ $\log_3(5 - x) + \log_3(-1 - x) \geq 3$
3 вариант	4 вариант
$\log_5(x - 2) = 2$ $\log_3(2x + 4) - \log_3(4x + 12) = 0$ $\log_{10}(5x + 2) = \log_{10} 6 + \log_{10} 2$ $\log_3(6 - 2x) - \log_3 2 < 3$ $\log_3(x - 2) + \log_3(x + 6) > 2$	$\log_3(x + 4) = 2$ $\log_{10}(x + 2) - \log_{10}(2x + 6) = 0$ $\log_2(7x - 4) = \log_2 4 + \log_2 13$ $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) - \log_{\frac{1}{2}} 16 > 5$ $\log_2(x - 2) + \log_2(x - 3) < 1$
<b>Вариант 1</b> Решите уравнение и неравенства: $\log_3(x - 12) = 2$ $\lg(x + 4) - \lg(x - 3) = \lg 8$ $\log_2^2 x - 6 \log_2 x = -8$ $\log_3(x + 2) < 3$ $\log_{15}(x - 3) + \log_{15}(x - 5) < 1$	<b>Вариант 2</b> Решите уравнение и неравенства: $\log_5(x + 10) = 2$ $\log_2(x + 1) + \log_2(x + 3) = 3$ $\lg^2 x + \lg x^2 = \lg^2 2 - 1$ $\log_8(4 - 2x) \geq 2$ $\log_{\frac{1}{2}}^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x - 2 \leq 0$

**Числовая последовательность. Предел последовательности**

Вычислить раскрыв неопределенность.

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{5x^2}$  ;  
 b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 7x}$  ;  
 c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{1 - \cos 7x}$  ;  
 d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin 7x}$  ;  
 e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin 2x \operatorname{tg} 17x}$  ;

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{4x+6} \right)^x$  ;  
 b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{2}{x^2} \right)^{x^2+1}$  ;  
 c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+2}{x^2+1} \right)^{x^2+2x}$  ;  
 d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3+4x}{x^3+2x-3} \right)^{x^2-3}$  .

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2}{x^2 + 3}$  ;  
 b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 3}{3x^2 - x + 13}$  ;  
 c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 7x + 141}$  ;  
 d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 2x - 1}{3x^2 + 2x - 1}$  ;  
 e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2 + (x-2)^2}{(x+3)^2}$  ;  
 f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^2 - (x-3)^2}{(x+2)^2 + (x-1)^2}$  ;  
 g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 + (2x+3)^3}{(3x+4)^3}$  ;  
 h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - (2x-1)^3}{(2x-3)^3 - (3x+1)^3}$  ;  
 i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^4 - x^4}{x^4 + (2019x+1)^3}$  ;  
 j)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^5 - 3x^5}{9x^5 + (3+2019x)^3}$  .

**Вычисление производных. Производная сложной функции**

$$1) y = 5x^4 - 3\sqrt[7]{x^3} + \frac{7}{x^5} + 4;$$

$$2) y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x};$$

$$3) y = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2^x + 2x;$$

$$4) y = 5 \cdot 2^x - 4\operatorname{tg} x;$$

$$5) y = x^3 \sin x;$$

$$6) y = \frac{x^4 + 1}{x^4 - 1};$$

$$7) y = \frac{2x^2 - 4x + 5}{3x};$$

$$8) y = \frac{1 - \cos x}{x^2};$$

$$9) y = x \cdot \operatorname{ch} x + \frac{1}{x};$$

$$10) y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \operatorname{tg} \sqrt{2};$$

$$11) y = \log_3 x + \ln x - \frac{e^x}{\operatorname{arctg} x};$$

$$12) y = (\sqrt{x} + 1) \cdot \arcsin x;$$

$$13) y = \frac{x \cdot \operatorname{ctg} x}{\arccos x};$$

$$14) y = \log_3 x \cdot 3^x + \frac{1}{x^3} - \sin 3.$$

$$\text{a) } f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 5;$$

$$\text{б) } f(x) = (4 - x^2) \sin x;$$

$$\text{в) } f(x) = (x^2 + 5)(x^3 - 2x + 2);$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{\cos x}{2 - x^3}.$$

$$\text{a) } f(x) = \frac{3}{x^3} - \sqrt[5]{x} + \frac{5}{\sqrt[3]{x}};$$

$$\text{б) } f(x) = (2 - \sqrt{x}) \operatorname{tg} x;$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{x^3 - 3x}{1 - 2x};$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{\sin x}{1 - 2 \cos x}.$$

$$\text{a) } f(x) = 2^x + \lg x;$$

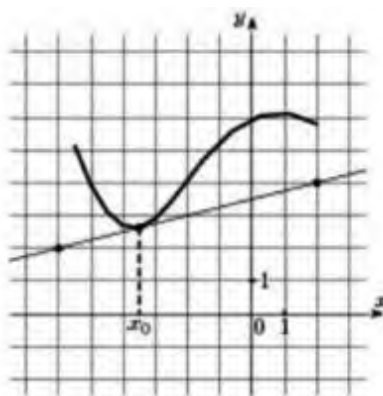
$$\text{б) } f(x) = e^{-3x} + 2 \log_3 2x;$$

$$\text{в) } f(x) = x^2 \cdot 5^{2x};$$

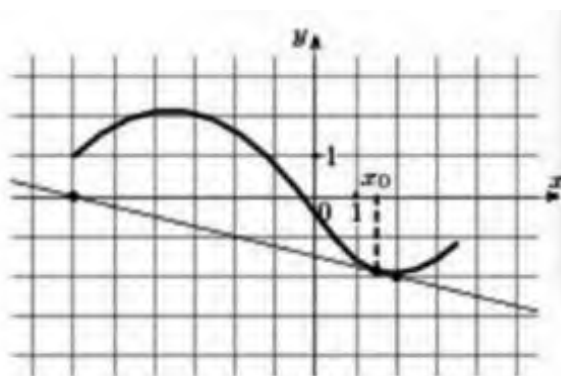
$$\text{г) } f(x) = \frac{\ln x}{e^x + e^{-x}}.$$

**Геометрический смысл производной. Уравнение касательной**

1. Составить уравнение касательной к графику функции  $y=x^2-2x-8$ , параллельной прямой  $y=-x$
2. На параболе  $y=x^2-2x-8$  найти точку  $M$ , в которой касательная к ней параллельна прямой  $4x+y+4=0$ .
3. На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $y=f(x)$  в точке  $f(x_0)$



4. На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $y=f(x)$  в точке  $f(x_0)$





**Исследование функций с помощью производной**

Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график			
1	$y = 4 - 2x - 7x^2$	11	$y = -x^2 + 5x + 4$
2	$y = 5 + 12x - x^3$	12	$y = -2 + 3x - x^3$
3	$y = 2x^3 + 3x^2 - 4$	13	$y = x^4 - 2x^2 - 3$
4	$y = 9 + 8x^2 - x^4$	14	$y = 6x^2 - x - 5$
5	$y = -2x^2 + x$	15	$y = 3x^2 - x^3$
6	$y = \frac{1}{2}x^4 - x^2$	16	$y = x^3 - 6x^2 - 15x - 2$
7	$y = 2x - \frac{1}{6}x^3$	17	$y = 4x^2 - 2x^4$
8	$y = \frac{1}{2}x^4 - 8x^2$	18	$y = 5x^3 - 3x^5$
9	$y = 3x^5 - 5x^3 + 2$	19	$y = -5x^2 - 10x$
10	$y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2$	20	$y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3$

**Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Экстремальные значения функции**

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке			
1	$3x^5 - 20x^3 + 9, [-10; -1]$	11	$x^5 + 15x^3 - 50x, [-5; 0]$
2	$3x^5 - 20x^3 - 8, [-5; 1]$	12	$x^5 - 10x^3 - 135x, [-5; 1]$
3	$3x^5 - 20x^3 - 16, [-3; -1]$	13	$y = x^3 + 16x^2 + 64x + 7, [-11; -7]$
4	$x^5 - 5x^3 - 20x, [-8; 1]$	14	$y = -10,5x^2 - x^3 + 22, [-1; 8]$
5	$x^5 + 15x^3 - 260x, [-10; 0]$	15	$y = x^3 - 2,5x^2 - 50x - 2, [3; 12]$
6	$y = x^3 + 9,5x^2 - 72x + 18, [-16; -6]$	16	$y = x^3 - 3,5x^2 + 4x - 23, [-3; 3]$
7	$3x^5 - 5x^3 + 15, [-4; 0]$	17	$y = x^3 - 9,5x^2 + 30x - 3, [-4; 8]$
8	$y = 5 + 12x - x^3, [-3; -1]$	18	$x^5 + 5x^3 - 140x, [-10; 0]$
9	$x^5 + 15x^3 - 50x, [-4; 0]$	19	$y = x^3 - 9,5x^2 - 40x - 24, [6; 11]$
10	$x^5 - 5x^3 - 20x, [-9; 1]$	20	$y = x^3 + 17,5x^2 + 72x + 21, [-13; -9]$

Практическое занятие № 30 (2 часа)

## **Урок – игра «Восхождение на пик производной»**

***Игра:*** «Восхождение на пик производной»

### **I. Цели игры:**

1. Повторение учебного материала.
2. Проверка усвоения вопросов теории и умения решать задачи.
3. Выявление того, что не усвоено, с целью последующей корректировки.
4. Воспитание устойчивого интереса к изучению математики.
5. Воспитание ответственности и серьёзного отношения к занятиям.

Игра «Восхождение на пик знаний о производной» - дидактическая, может проводиться как урок-зачёт.

*Преимущество такой проверки знаний теории и практических навыков:*

1. Каждый учащийся несёт ответственность за всю команду;
2. Слабые учащиеся чувствуют себя уверенно, так как рядом с ними опытные товарищи;
3. Если при решении какого-либо упражнения была допущена ошибка, есть возможность её исправить, что невозможно в обычной самостоятельной работе;
4. Игра позволяет развить интерес к изучению математики

Особенность игры – её многоцелевой характер, так как в ней реализуется комплекс дидактических задач.

### **II. Правила игры.**

Играющие делятся на три команды.

Игровое поле (им может служить классная доска), на котором пейзаж в виде гор с нанесёнными на него маршрутом восхождения и привалами. Привалы пронумерованы. Старт обозначен флажком

Для каждого привала заготовлен конверт с заданиями.

Начало игры:

Команды выбирают капитана и название команды.

Капитаны бросают игровой кубик, на гранях которых написаны задания на вычисление производной. Капитаны должны выполнить задание, которое написано на верхней грани их кубика. Решение показывает количество ходов по маршруту восхождения.

Продвижение по маршруту отмечают цветными флажками.

На каждом привале команды выполняют задания (число заданий определяется числом членов команды), взятые из соответствующего привалу конверта.

Правильное выполнение заданий даёт право на следующий бросок кубика.

На некоторых привалах команду ожидает сюрприз-неудача (на карточке написано: «Туман, снегопад, команде вернуться на базу» или «Ожидается сход лавины, срочно спуститься на один переход»).

Если при выполнении заданий допущена кем-то из команды ошибка, её надо исправить членам команды.

Выигрывает команда, которая раньше других поднимется на Пик знаний о производной.

***Привал «Ромашка»:***

Проверка умения находить производные функций. Команда получает бумажную ромашку, на обратной стороне лепестков содержатся задания на нахождение производной. Каждый член команды отрывает лепесток и находит производную.

***Привал «Касательная»:***

Задания на геометрический смысл производной и умение его применять.

***Привал «Физика»:***

Задания на выявление умения применять производную при решении физических задач.

***Привал «Функции»:***

Проверка умения исследовать свойства функции с помощью производной.

***Привал «График»:***

Проверка умения указать свойства функции по характеру поведения графика функции.

***Привал «Меткий стрелок»:***

Проверка умений находить по графику функции, график соответствующей ей производной или функции, заданной аналитически – график её производной.

***Привал «Теория»:***

Проверка знаний формулировок определений, теорем, свойств, алгоритмов.

***Привал «Эстафета»:***

Проверка основных формул темы.

На полоске бумаги в столбик написаны формулы, в которых вместо одной какой-либо величины прямоугольник. Бумага свёрнута в трубочку – «эстафетную палочку». Ведущий вручает её первому члену команды, тот заполняет пустой прямоугольник в первой формуле и передаёт следующему игроку команды, тот заполняет пустой прямоугольник во второй формуле и передаёт следующему и т.д.

Количество привалов и содержание заданий может быть произвольным (зависит от подготовленности учащихся и поставленных целей).

**Интеграл и первообразная. Теорема Ньютона – Лейбница.**

**Площадь криволинейной трапеции**

Найти первообразную.	Найти интеграл.
1. $F(x) = -\frac{2}{x^2}$	1. $\int_0^3 x^2 dx$
2. $F(x) = 3x^9$	2. $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$
3. $F(x) = x - \frac{3}{x^2}$	3. $\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$
4. $F(x) = 15x^3 - 9x^5$	4. $\int_0^{\ln 2} e^x dx$
5. $F(x) = \frac{3}{\cos^2 x}$	5. $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin x dx$
6. $F(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}}$	6. $\int_{-3\pi}^0 \cos 3x dx$
7. $F(x) = x^{-2} + x^2$	7. $\int_{-2}^{-1} (5 - 4x) dx$
8. $F(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}$	8. $\int_0^2 (3x^2 - 4x + 5) dx$
9. $F(x) = 4\cos x - 2\sin x$	9. $\int_0^2 e^{3x} dx$
10. $F(x) = \frac{6}{\sin^2 x} - \frac{9}{\cos^2 x}$	10. $\int_1^9 (2x - \frac{3}{\sqrt{x}}) dx$
11. $F(x) = \cos(\frac{\pi}{3} - 4x)$	11. $\int_{-1}^0 \sqrt{3 - 5x} dx$
12. $F(x) = \frac{4}{\sqrt{6x+5}}$	12. $\int_4^9 (\frac{2x}{5} + \frac{1}{2\sqrt{x}}) dx$
	13. $\int_{-4}^2 \frac{x dx}{\sqrt{2-0.5x}}$
	14. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями. Начертить график.

1.  $y = x^2, y=0, x=3$
2.  $y = \cos x, y=0, x=0, x=\frac{\pi}{2}$
3.  $y = (x+2)^2, y=0, x=0$
4.  $y = 2x - x^2, y=0$
5.  $y = 1 - \cos x, y=0, x=-\frac{\pi}{2}, x=\frac{\pi}{2}$

Вычислить:

1.  $\int \sqrt{4 - x^2} dx$

2.  $\int \sin^2 x dx$

3.  $\int \frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)}$

4.  $\int \frac{\operatorname{tg}^6 2x dx}{\cos^2 2x}$

5.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^4 x}$

Вычислить:

1.  $\int e^{\sqrt{x}} dx$

2.  $\int \sin \sqrt{x} dx$

3.  $\int \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x} dx}{\sqrt{x}}$

4.  $\int \sin(3x + 1) dx$

5.  $\int \frac{dx}{5-2x}$

6.  $\int \cos \frac{x}{2} dx$

7.  $\int 4^{5x} dx$

8.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}$

9.  $\int \sqrt[5]{(1+4x)^4} dx$

10.  $\int x(1-x)^5 dx$

11.  $\int \frac{x dx}{4x^2+1}$

12.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{9-8x^2}}$

13.  $\int e^{2x^3-1} x^2 dx$

Вычислить:

1.  $\int x^2(3+4x)^2 dx$

2.  $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx$

3.  $\int_1^4 \left( 2x + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$

4.  $\int_1^2 \left( \frac{4}{x} - 5x^4 + 2\sqrt{x} \right) dx$



Практическое занятие № 35 (2 часа)

**Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений.**

Решить уравнение:

$$\lg x^2 = 4$$

$$\ln(x + 4) + \ln(2x + 3) = \ln(1 - 2x)$$

$$\sqrt{2x + 5} + \sqrt{5x - 6} = 5$$

$$\ln(x + 2) + \ln(x + 4) = \ln(2 - 3x)$$

$$\lg x^4 = 8$$

$$\sqrt{3x + 4} + \sqrt{2x - 3} = 2$$



**Решение систем уравнений**

**Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств**

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} x + 5y = 6 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x + y = 18 \\ x - y = 12 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ -10x + 5y = -0,5. \end{cases}$$

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} x - y = 7 \\ x + y = 11 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x = -8 \\ 4x - 8y = -27 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 7x + 7y = -7 \\ 10x + 2y = -5,2. \end{cases}$$

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} x + 7y = -6 \\ 2x - 5y = 7 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x - 2y = -7 \\ 4x + 5y = 11 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ x + 4y = -2 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ \frac{1}{2}x - 3y = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 5x - y = -6 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x - y = -1 \\ -2x + 3y = -11 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x + 2y = -1 \\ 3x - 4y = 17 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - \frac{1}{3}y = -3. \end{cases}$$

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} 12x - 5y = 7 \\ 11x + 3y = 14 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} (2x + y - 1)(x + 3y + 2) = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x - 9y = -11 \\ 9x + 3y = 11 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 7. \end{cases}$$

1. Решите систему способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \\ 2x - 3y = -5. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ -4x + 3y = -7 \end{cases}$$

2. Решите систему графически:

$$\text{а) } \begin{cases} y + x = 4 \\ y - x = 2 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x + y = 3 \\ x + 4y = -3. \end{cases}$$

1. Решите систему способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} 7x + 12y = -5 \\ 4x - 9y = 13 \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} (2x - y - 3)(x + 4y + 5) = 0 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 14x + 7y = -4 \\ 49x - 7y = 22 \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 7. \end{cases}$$

1. Решите систему способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 5x + 6y = 27 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 2 \\ 2x - 5y = -7. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x - 3y = 14 \\ 2x + 5y = -6 \end{cases}$$

2. Решите систему графически:

$$\text{а) } \begin{cases} y - x = 7 \\ y + x = 5 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5x + 2y = -3 \\ 2x + 5y = 3. \end{cases}$$

1. Решите систему способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x - 5y = -18 \\ -2x + 7y = 34. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 8 \\ 2x + 3y = 40 \end{cases}$$

2. Решите систему графически:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x + 2y = 8 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 2. \end{cases}$$

1. Решите систему способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} -4x + 3y = 3 \\ 9x - 5y = 9. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5x - 2y = 10 \\ -0,5x + 0,2y = -1 \end{cases}$$

2. Решите систему графически:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x - 6y = 5 \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{3} = 1. \end{cases}$$

3. Решите систему способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} -4x - 2y = 5 \\ 5x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = \frac{3}{8}. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5(x + 2y) = x + 8 \\ 4(x - 3y) = 50 - y \end{cases}$$

1. Решите графически  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ y + x = 3. \end{cases}$

3. Решите систему способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 5x + y = 15 \end{cases}$$

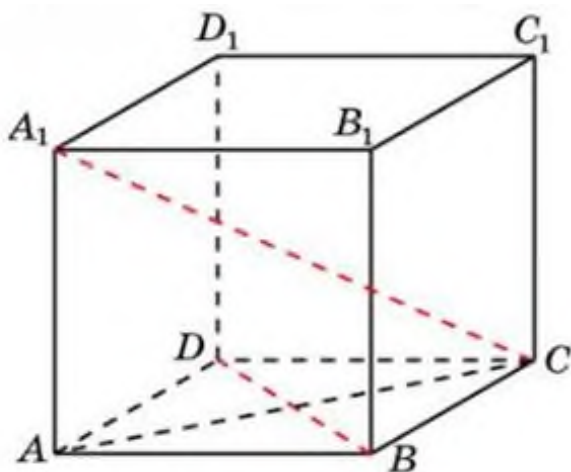
$$\text{в) } \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 30 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 31. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5(x - 3y) = 2x + 27 \\ 3(x - 6y) = 9y + 15 \end{cases}$$

**Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми**

**Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о прямой перпендикулярной к плоскости**

1. Прямая  $c$  пересекает прямую  $a$  и не пересекает прямую  $b$ , параллельна прямой  $a$ . Докажите, что  $b$  и  $c$  – скрещивающиеся прямые
2.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб. Найдите угол между прямыми, содержащими отрезки  $AC$  и  $B_1 D_1$ . Ответ дайте в градусах
3.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб. Точка  $K$  лежит на ребре  $AA_1$ . Найдите угол между прямыми, содержащими отрезки  $D_1 K$  и  $AB$ . Ответ дайте в градусах.
4. Дан правильный тетраэдр  $SABC$ . Найдите квадрат тангенса угла между высотой грани  $SAC$ , опущенной из вершины  $S$ , и высотой грани  $ABC$ , опущенной из вершины  $B$ .
5. Доказать, что прямые  $CA_1$  и  $BD$ , проходящие через вершины куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , перпендикулярны



6. Треугольник  $ABC$  – равносторонний,  $CD$  – медиана,  $MD$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $MD = 4$ . Найти  $MC$

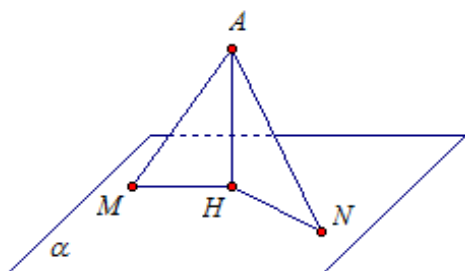
**Расстояние от точки до плоскости. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью.**

**Угол между плоскостями. Двугранный угол**

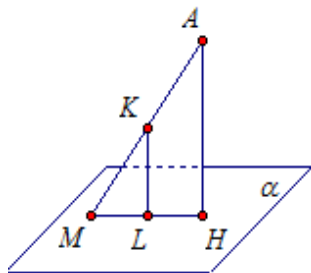
1. Из некоторой точки проведены к плоскости две наклонные.

Докажите, что

- а) если наклонные равны, то равны и их проекции;
- б) если проекции наклонных равны, то равны и наклонные;
- в) если наклонные не равны, то большая наклонная имеет большую проекцию



2. Один конец данного отрезка лежит в плоскости  $\alpha$ , а другой находится от нее на расстоянии 6 см. Найдите расстояние от середины данного отрезка до плоскости  $\alpha$



3. Найти угол между плоскостями  $2x + 4y - 4z - 6 = 0$  и  $4x + 3y + 9 = 0$

4. Найдите угол между двумя гранями правильного тетраэдра

5. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  (с вершиной  $S$ ) боковое ребро равно стороне основания. Точка  $K$  середина ребра  $SA$ . Найдите угол между плоскостями  $KBC$  и  $ABC$ .

Практическое занятие 43-46 (4 часа)

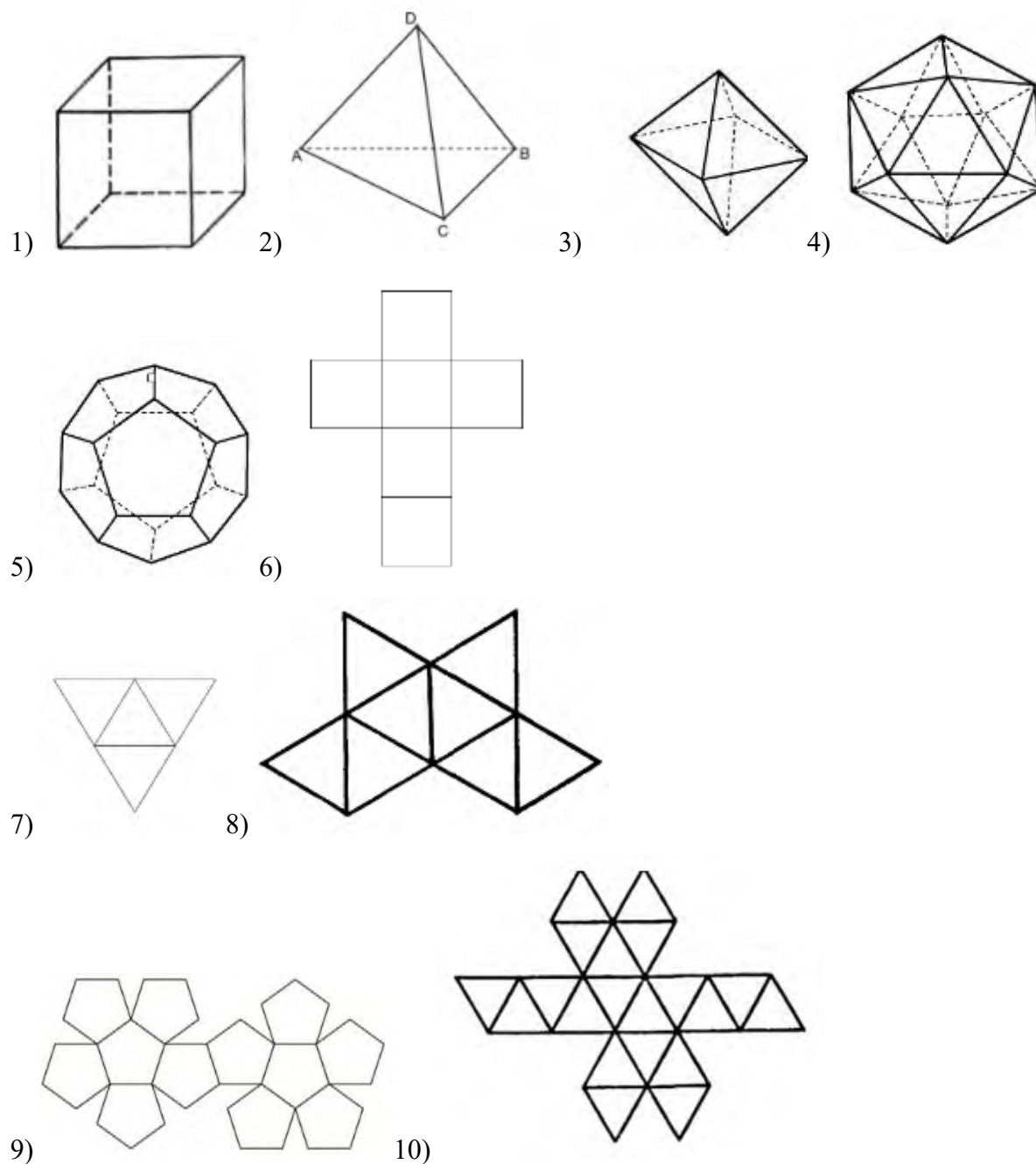
**Сечения призмы, куба.**

**Усеченная пирамида.**

**Сечения пирамиды.**

**Правильные многогранники: тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр.**

1. Установите соответствие между правильными многогранниками и их развертками



2. В тетраэдре  $SABC$  проведите сечения через середину ребра  $AB$  параллельно ребрам:  
 $AC$  и  $AS$ ;

$BC$  и  $CS$ .

3. Постройте сечение куба плоскость так, чтобы оно было:

Ромбом;

Правильным шестиугольником.

4. В правильной треугольной призме построить сечение, проходящее через ребро верхнего основания и середину скрещивающегося с ним бокового ребра.
5. Найти объем правильной треугольной призмы, каждое ребро которой равно 1.
6. Вычислить объем правильного тетраэдра с ребром 1.
7. Вычислить площадь боковой поверхности правильной пирамиды.

## Шар и сфера

Сделать конспект на тему шар и сфера.

*Шаровой поверхностью*, или сферой, называется геометрическое место точек пространства, равноудаленных от одной точки  $O$  (рисунок 1), называемой *центром сферы*.

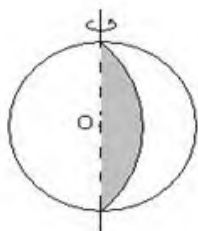


Рисунок - 1

*Шаром* называется тело, ограниченное сферой. *Радиусом* сферы называется отрезок прямой, соединяющий центр сферы с любой ее точкой; например,  $AO = OC = OB = R$ . *Хордой* сферы называется отрезок прямой, соединяющий две ее любые точки. Например, на рисунке 30 хордами являются отрезки  $AC$  и  $BC$ . *Диаметром* сферы называется хорда, проходящая через ее центр, например  $AB$  (рисунок 30). Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг диаметра (рисунок 2).

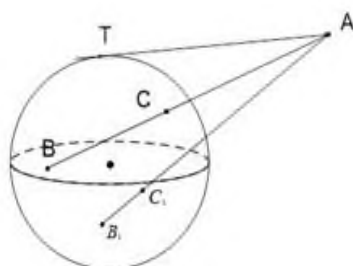


Рисунок - 2

Прямая, имеющая со сферической поверхностью одну общую точку, называется *касательной*; две общие точки – *секущей*. На рисунке 3 прямая  $AT$  имеет с шаром одну общую точку  $T$ , следовательно  $AT$  – касательная к шару. Прямые  $AB$  и  $AB_1$  являются секущими прямыми, так как прямая  $AB$  имеет с шаром две общие точки  $C$  и  $B$ , а прямая  $AB_1$  имеет с шаром общие точки  $C_1$  и  $B_1$ .

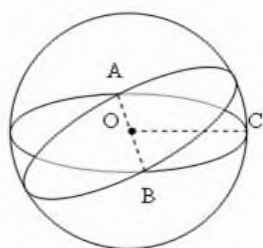


Рисунок - 3



Плоскость, проходящая через центр сферы и перпендикулярная хорде, проходит через середину хорды. Верно и обратное утверждение: плоскость, проведенная через середину хорды перпендикулярно этой хорде, проходит через центр сферы. Секущие и касательные прямые к сфере обладают такими же свойствами, как и секущие и касательные к окружности:

а) касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания (рисунок 4);

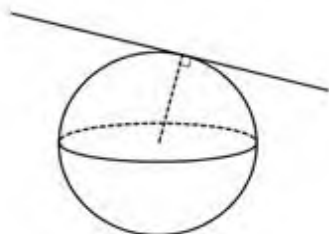


Рисунок - 4

б) перпендикуляр  $OO_1$ , опущенный из центра сферы на секущую прямую  $CB$ , проходит через середину  $O_1$  хорды  $CB$  (рисунок 5);

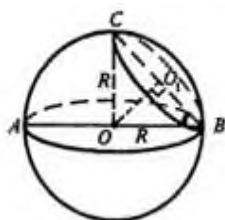


Рисунок - 5

в) (Теорема о касательных). Если две прямые  $PK$  и  $PN$  пересекаются в точке касаются сферы соответственно в точках  $K$  и  $N$ , то  $PK = PN$  рисунок - 6

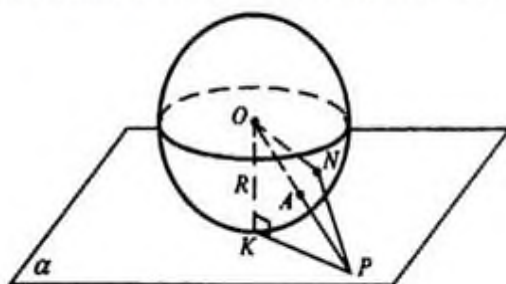


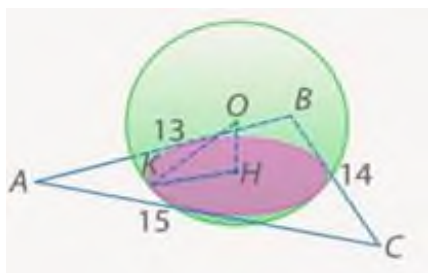
Рисунок - 6

Практическое занятие 48,49 (2 часа)

**Вычисление площадей и объемов.**

**Виды симметрии в пространстве.**

1. Шар радиуса 25 дм пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 24 дм от центра. Найти площадь сечения
2. Расстояние от центра шара до секущей его плоскости равно 2 см. Площадь сечения шара плоскостью равна  $16 \text{ см}^2$ . Найти радиус этого шара.
3. Стороны треугольника  $ABC$  касаются сферы радиуса 5 см. Найти расстояние от центра сферы до плоскости  $ABC$ , если  $AB = 13 \text{ см}$ ,  $BC = 14 \text{ см}$ ,  $CA = 15 \text{ см}$



4. Все стороны ромба, диагонали которого равны 15 см и 20 см, касаются сферы радиуса 10 см. Найти расстояние от центра сферы до плоскости ромба.
5. Радиус сферы равен 112 см. Точка, лежащая на касательной плоскости к сфере, удалена от точки касания на 15 см. Найти расстояние от данной точки до ближайшей к ней точки сферы.
6. Через точку сферы радиуса  $R$  провели две плоскости, одна из которых касается сферы, а другая наклонена к первой под углом  $\alpha$ . Найти длину окружности сечения сферы второй плоскостью.

Практическое занятие 50-52 (4 часа)

Уравнение окружности, сферы, плоскости.

Расстояние между точками. Разложение вектора по направлениям.

Скалярное произведение векторов.

Векторы  $\overrightarrow{AK} = \vec{a}$  и  $\overrightarrow{BL} = \vec{b}$  совпадают с медианами треугольника  $ABC$ . Выразить векторы, совпадающие со сторонами треугольника, через  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

В правильном шестиугольнике  $KLMNPQ$   $\overrightarrow{KL} = \vec{t}$ ,  $\overrightarrow{QP} = \vec{s}$ . Представить векторы, совпадающие с остальными сторонами шестиугольника, в виде линейной комбинации векторов  $\vec{t}$  и  $\vec{s}$ .

В треугольнике  $ABC$  точка  $M$  делит сторону  $AB$  в отношении 3:5, а точка  $K$  делит сторону  $BC$  в отношении 3:1. Выразить вектор  $\overrightarrow{CM}$  через векторы  $\overrightarrow{AK} = \vec{e}_1$  и  $\overrightarrow{AC} = \vec{e}_2$ .

В параллелограмме  $ABCD$  точка  $M$  делит диагональ  $BD$  в отношении 2:5. Разложить вектор  $\overrightarrow{AC}$  по базису  $\overrightarrow{AM} = \vec{e}_1$  и  $\overrightarrow{MB} = \vec{e}_2$ .

В равнобедренной трапеции  $ABCD$  точка  $O$  – точка пересечения диагоналей, коэффициент подобия треугольников  $AOC$  и  $BOD$  равен  $k$ ,  $\overrightarrow{BA} = \vec{e}_1$ ,  $\overrightarrow{OD} = \vec{e}_2$ . Найти разложение вектора  $\overrightarrow{BC}$  в линейную комбинацию векторов  $\vec{e}_1$ ,  $\vec{e}_2$ .

В треугольнике  $ABC$  точка  $M$  – точка пересечения медиан,  $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ . Выразить через  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  векторы  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{BC}$ .

В параллелограмме  $ABCD$  точка  $K$  – середина стороны  $BC$ , а точка  $M$  – середина стороны  $CD$ ,  $\overrightarrow{AK} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AM} = \vec{b}$ . Выразить векторы  $\overrightarrow{BD}$  и  $\overrightarrow{AD}$  через  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

Из точки  $O$  выходят два вектора:  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ . Найти какой-нибудь вектор  $\overrightarrow{OM}$ , идущий по биссектрисе угла  $AOB$ .

Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $\varphi = \frac{2}{3}\pi$ . Зная, что  $|\vec{a}| = 10$ ,  $|\vec{b}| = 2$ , вычислить  $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (3\vec{a} - \vec{b})$ .

Единичные векторы  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  удовлетворяют условию  $\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 = \vec{0}$ . Найти  $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 + \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 + \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_1$ .

Зная, что  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $|\vec{c}| = 4$ , вычислить  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ .

В треугольнике  $ABC$  проведены медианы  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$ . Вычислить  $\vec{BC} \cdot \vec{AD} + \vec{CA} \cdot \vec{BE} + \vec{AB} \cdot \vec{CF}$ .

Упростить выражение  $\vec{a}^2 + 3(\vec{a} \cdot \vec{b}) - 2(\vec{b} \cdot \vec{c}) + 1$ , если  $\vec{a} = 4\vec{m} - \vec{n}$ ,  $\vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{m} - 3\vec{n}$ , где  $\vec{m}^2 = 4$ ,  $\vec{n}^2 = 1$ ,  $\vec{m} \perp \vec{n}$ .

Вычислить скалярное произведение двух векторов  $\vec{p} \cdot \vec{q}$ , зная их разложение по трём единичным взаимно перпендикулярным векторам  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ :  $\vec{p} = 3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$ ,  $\vec{q} = \vec{a} - 4\vec{b} - 5\vec{c}$ .

Сфера задана уравнением

$$(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$$

$$x^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 25$$

а) Назовите координаты центра и радиус сферы.

б) Определите, принадлежит ли данной сфере точки:

A(1; 3; -1)

A(4; -3; -1)

B(2; 2; 4)

B(0; 1; 3).

Практическое занятие 53-56 (8 часов)

**Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач.**

**Бином Ньютона и треугольник Паскаля.**

**Классическое определение вероятностей, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей.**

**Вычисление вероятностей**

1. Сколькими способами можно переставить буквы слова «**факультет**», таким образом, чтобы две буквы «**т**» шли подряд?
2. Имеется 6 пар перчаток различных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну на левую руку и одну на правую руку так, чтобы они были разных размеров?
3. Имеются 48 задач по теории вероятностей. Сколькими способами их можно распределить между 13 студентами для самостоятельного решения по 4 задачи каждому?
4. В ящике 100 болтов диаметром  $d=4\text{см}$  и 2 болта диаметром  $d=6\text{см}$ . Наудачу извлекают один болт. Какова вероятность, что он диаметром  $d=6\text{см}$ ?
5. В коробке 15 книг, среди которых 9 детективов. Наудачу берем 4 книги. Найти вероятность того, что среди них окажется 3 детектива.
6. Сколько чётных положительных пятизначных чисел можно составить из цифр числа 13754, если каждую цифру можно использовать в записи не более одного раза?
7. Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал пяти различных цветов?
8. Необходимо доставить рекламные проспекты в 6 различных фирм. Сколькими способами это могут сделать трое курьеров?
9. В коробке 48 шариковых ручек и 3 гелевых ручки. Наудачу извлекают одну ручку и, не возвращая её обратно, извлекают ещё одну. Какова вероятность, что последняя ручка шариковая, если первая извлеченная ручка – гелевая?
10. В группе 25 студентов, среди них 5 отличников. Выбирают по списку 10 студентов. Найти вероятность того, что среди них окажется 3 отличника.
11. Сколькими способами можно переставить буквы слова «**логарифм**», чтобы третья, пятая и седьмая буквы были гласными?
12. Сколькими способами можно выбрать на шахматной доске два квадрата белый и черный, не лежащие на одной вертикали?
13. В парке предприятия имеется 10 автобусов. Сколькими способами можно выделить для дежурства в выходные дни 2 автобуса из имеющихся?

14. Из стопки тетрадей, в которой 34 тетради в клеточку и 5 – в полоску, подряд вынимают одну за другой все тетради. Какова вероятность, что второй по порядку будет тетрадь в полоску?

15. В группе из 20 студентов 4 не сдали сессию. По списку отобрали 16 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов нет должников.

16. Сколько чётных положительных пятизначных чисел можно получить из цифр 1, 2, 3, 4?

17. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, так, чтобы одна полоса всегда была красной, если имеется материал белого, красного, синего и зеленого цветов?

18. Для участия в эстафете выбраны пять девушек и трое юношей. Необходимо разбить их на 2 команды по 4 человека так, чтобы в каждой команде было хотя бы по одному юноше. Сколькими способами это можно сделать?

19. Из колоды, содержащей 36 карт наудачу извлекают одну карту. Найти вероятность, что эта карта будет семеркой пик?

20. На полке в случайном порядке расставлены 15 учебников, причем 5 из них в мягком переплете. Школьник берет 3 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из них окажется в мягком переплете.

21. Сколькими способами можно переставить буквы слова «автомобиль», таким образом, чтобы вторая и четвертая буквы были согласными?

22. В эстафете участвуют 11 команд. Сколькими способами между ними могут быть распределены второе и третье места?

23. На плоскости 8 точек. Через каждую пару проходит прямая. Сколько получено прямых?

24. На складе находится 20 литых дисков и 10 – кованых. Со склада приносят в торговый зал 4 диска. Какова вероятность, что все они окажутся литыми?

25. В партии из 67 деталей имеется 28 стандартных. Наудачу отобраны 36 деталей. Найти вероятность того, что среди отобранных имеется 12 стандартных.

26. Сколько чётных положительных пятизначных чисел можно получить из цифр 5, 9, 6, 0, так, чтобы цифры в числе не повторялись?

27. В комнате студенческого общежития живут трое студентов. У них есть 4 чашки, 5 блюдец и 6 чайных ложек (все чашки, блюда и ложки разные). Сколькими способами можно накрыть стол для чаепития, если каждый получит одну чашку, блюдо и ложку?

28. Сколько комбинаций кодового замка можно составить из 10 цифр, если замок открывается при одновременном нажатии двух кнопок?

29. Из колоды, содержащей 54 карты наудачу извлекают одну карту. Найти вероятность, что эта карта будет тузом?

30. В урне 15 белых и 5 черных шаров. Наугад достают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них окажется ровно 3 белых шара.

### **Критерии оценивания практического занятия:**

Оценка «отлично» выставляется, если обучающийся имеет знания учебного материала по теме практической работы – устно или письменно при ответе показывает усвоение взаимосвязи основных понятий, используемых в работе, смог ответить на все уточняющие и дополнительные вопросы, может письменно записать формулы расчета, пояснения к ним. Допускаются при записи незначительные исправления.

Оценка «хорошо» выставляется, если обучающийся показал знание учебного материала по практической работе – смог ответить устно или письменно почти на все заданные дополнительные и уточняющие вопросы, при записи формул расчета и пояснений к ним, графических изображений имеет 1–2 неточности.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если обучающийся в целом освоил материал по практической работе – смог ответить устно или письменно почти не на все заданные дополнительные и уточняющие вопросы, при записи формул расчета и пояснений к ним, графических изображений имеет 3 неточности.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала практической работы, который полностью не раскрыл содержание вопросов, не смог ответить письменно или устно на уточняющие и дополнительные вопросы. при записи формул расчета и пояснений к ним, графических изображений имеет 4 и более неточности.

## Контрольная работа № 1 (2 часа)

### Вариант 1

1. Найдите значение:  $\sin 120^\circ$
2. Упростите выражение:  $12 + 7\sin^2 x + 7\cos^2 x$
3. Решите уравнение:  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
4. Вычислите:  $\sin \frac{3\pi}{2} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{3}$
5. Вычислите:  $\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2}) - \arctan 1 + \arcsin 0$
6. Упростите выражение:  $\frac{\sin(\pi-a) \times \cos(2\pi+a)}{\cos(\frac{\pi}{2}-a) \times \sin(\frac{3\pi}{2}+a)}$
7. Упростите выражение:  $\frac{\sin 38^\circ \times \cos 12^\circ + \cos 38^\circ \times \sin 12^\circ}{\cos 40^\circ \times \cos 10^\circ - \sin 40^\circ \times \sin 10^\circ}$
8. Решите уравнение:  $\operatorname{tg}(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}) = -\sqrt{3}$
9. Решите неравенство:  $2\cos x + \sqrt{3} \geq 0$
10. Найдите  $\operatorname{tg} x$ , если  $\sin x = -\frac{4}{5}$ ,  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

### Вариант 2

1. Найдите значение:  $\cos 150^\circ$
2. Упростите выражение:  $15 + 3\sin^2 x + 3\cos^2 x$
3. Решите уравнение:  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
4. Вычислите:  $\cos \frac{\pi}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{6}$
5. Вычислите:  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos(-\frac{1}{2}) - \operatorname{arctg} 0$
6. Упростите выражение:  $\frac{\cos(\pi+a) \times \cos(\frac{\pi}{2}-a)}{\sin(\frac{\pi}{2}+a) \times \sin(\pi+a)}$
7. Найдите  $\operatorname{ctg} x$ , если  $\cos x = -\frac{3}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$
8. Решите уравнение:  $\operatorname{ctg}(3x - \frac{\pi}{4}) = 1$
9. Решите неравенство:  $\sqrt{2} - 2\sin x > 0$
10. Упростите выражение:  $\frac{\sin 28^\circ \times \cos 12^\circ + \cos 28^\circ \times \sin 12^\circ + \sin 40^\circ}{2}$



## Контрольная работа № 2 (2 часа)

### В а р и а н т 1

Решите уравнения:

1.  $2 \sin x + \sqrt{2} = 0.$

2.  $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0.$

3.  $\sin^2 x - 2 \cos x + 2 = 0.$

4.  $\sin x \cos x + 2 \sin^2 x = \cos^2 x.$

5. Решите уравнение:  $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2.$

6. Найдите корни уравнения  $\sin 3x = \cos 3x$ , принадлежащие отрезку  $[0; 4].$

### В а р и а н т 2

Решите уравнения:

1.  $2 \cos x + \sqrt{3} = 0.$

2.  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0.$

3.  $\cos^2 x + 3 \sin x - 3 = 0.$

4.  $3 \sin^2 x = 2 \sin x \cos x + \cos^2 x.$

5. Решите уравнение:  $5 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 4.$

6. Найдите корни уравнения  $\sin 2x = \sqrt{3} \cos 2x$ , принадлежащие отрезку  $[-1; 6].$

### В а р и а н т 3

Решите уравнения:

1.  $2 \sin x - 1 = 0.$

2.  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0.$

3.  $6 \sin^2 x - 5 \cos x + 5 = 0.$

4.  $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0.$

5. Решите уравнение:  $\sin^2 x - 9 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = -1.$

6. Найдите корни уравнения  $\sqrt{3} \sin 2x = \cos 2x,$  принадлежащие отрезку  $[-1; 4].$

#### В а р и а н т 4

Решите уравнения:

1.  $2 \cos x - \sqrt{2} = 0.$

2.  $\sin \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = 1.$

3.  $\cos^2 x + 2 \sin x + 2 = 0.$

4.  $6 \sin^2 x = 5 \sin x \cos x - \cos^2 x.$

5. Решите уравнение:  $5 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 1.$

6. Найдите корни уравнения  $\sin 3x + \cos 3x = 0,$  принадлежащие отрезку

### Контрольная работа № 3 (2 часа)

#### 1 вариант

1. Найдите область определения функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-4}$ .
2. Найдите область значений функции  $f(x) = 3^{x-5} + 2$ .
3. Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$  на отрезке  $[0;3]$ .
4. Исследуйте на чётность и нечётность функцию  
а)  $f(x) = \frac{2 \cos x}{3x^2 + 5}$  ; б)  $f(x) = 6x^5 + x^4 \sin 2x \cdot \cos x$ .
5. Постройте график функции  $y = (x+3)^2 - 1$ . Пользуясь графиком, найдите промежутки возрастания и убывания функции, экстремум функции.
6. Найдите функцию, обратную к функции  $y = \sqrt{x+3}$ .  
Постройте график данной функции и график обратной к данной функции; укажите область определения и множество значений каждой из них.

#### 2 вариант

1. Найдите область определения функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x^2-25}$ .
2. Найдите область значений функции  $f(x) = 2^{3-x} + 4$ .
3. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \log_6(x-2)$  на отрезке  $[3;8]$ .
4. Исследуйте на чётность и нечётность функцию  
а)  $f(x) = \frac{2 \sin x}{7x^2 + 4}$  ; б)  $f(x) = 6x^4 + x^5 \cos 2x \cdot \sin x$ .
5. Постройте график функции  $y = (x-5)^2 + 2$ . Пользуясь графиком, найдите промежутки возрастания и убывания функции, экстремум функции.
6. Найдите функцию, обратную к функции  $y = \sqrt{x-2}$ .  
Постройте график данной функции и график обратной к данной функции; укажите область определения и множество значений каждой из них.

### Контрольная работа №4 (2 часа)

1. Вычислите:

а)  $\log_2 14 - \log_2 7$ ; б)  $\log_3 36 - \log_3 \frac{8}{27} + \log_3 18$ ; в)  $6^{\log_6 27}$ .

2. Решите уравнение:

а)  $\log_2 (x - 3) = \log_2 10$ ; б)  $\log_3 (1 - 6x) = \log_3 (17 - x^2)$ ; в)  $\log_{1/3} (x - 2) = -2$ .

3. Решите неравенство:

а)  $\log_2 (x - 1) \leq \log_2 (2x + 3)$ ; б)  $\log_{1/3} (2x + 1) > -1$ .

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 8^{\log_8 (x-y)} = 2, \\ 2^x - 2^y = 6 \log_4 2. \end{cases}$$

---

5. Вычислите:

а)  $\log_3 4 - \log_3 36$ ; б)  $\log_2 18 + \log_2 \frac{25}{9} + \log_2 \frac{1}{25}$ ; в)  $7^{\log_7 36}$ .

6. Решите уравнение:

а)  $\log_5 (x + 4) = \log_5 25$ ; б)  $\log_2 (x + 2) = \log_2 (x^2 + x - 7)$ ; в)  $\log_{1/3} (2x + 1) = -1$ .

7. Решите неравенство:

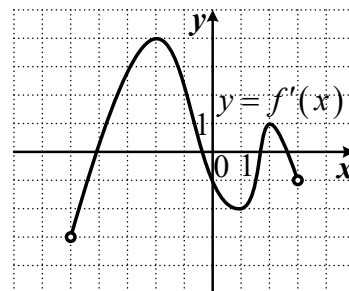
а)  $\log_{1/3} (3x - 1) > \log_{1/3} (2x + 3)$ ; б)  $\log_3 (4x - 5) > 1$ .

8. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5^{\log_5 (x-y)} = 1, \\ 3^x - 3^y = 6 \log_2 8. \end{cases}$$

## Контрольная работа № 5 (4 часа)

1. Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 3)$ . Используя изображенный на рисунке график производной  $y = f'(x)$ , определите количество касательных к графику функции  $y = f(x)$ , которые составляют угол  $45^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .



2. Найдите производную функции  $f(x) = x^4 + \sin 4x$ .

1)  $f'(x) = 4x^3 + 4\cos 4x$

3)  $f'(x) = 4x^3 - 4\cos 4x$

2)  $f'(x) = 4x^3 + \cos 4x$

4)  $f'(x) = 4x^3 + \sin 4x$

3. Найдите производную функции  $y = -\frac{3}{5}x^5 - 2x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 15$ .

1)  $y' = 3x^5 - 2x^3 + x$

3)  $y' = 3x^4 + 8x^3 + 2x$

2)  $y' = -3x^4 - 4x^2 - x$

4)  $y' = -3x^4 - 8x^3 + x$

4. Найдите производную функции  $f(x) = 3\cos x - x^3$ .

1)  $f'(x) = 3\cos x - 3x^2$

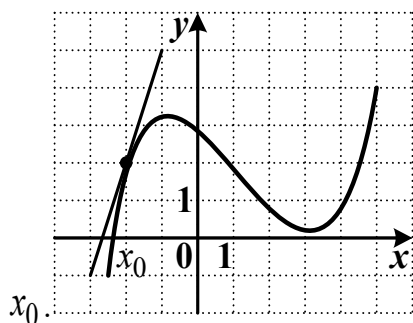
3)  $f'(x) = -3\sin x - 3x^2$

2)  $f'(x) = 3\sin x - x^2$

4)  $f'(x) = 3\sin x - 3x^2$

5. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и

касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке



6. Найдите производную функции  $f(x) = 5\cos x - 5x^3$ .

1)  $f'(x) = 5\sin x - 5x^2$

3)  $f'(x) = -5\sin x - 15x^2$

2)  $f'(x) = -\sin x - 15x^2$

4)  $f'(x) = 5\sin x - 3x^2$

7. Найдите производную функции  $y = 2x^5 - e^{2x}$ .

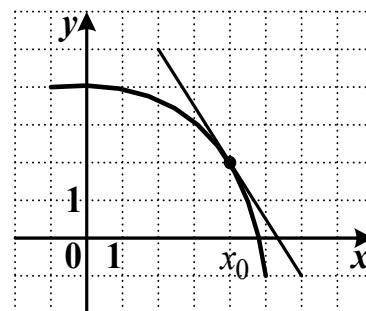
1)  $y' = 10x^4 - e^{2x}$

3)  $y' = 10x^4 - 2e^{2x}$

2)  $y' = 5x^4 - e^{2x}$

4)  $y' = 10x^5 - 2e^{2x}$

8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



9. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  (в м) от него до точки  $M$  этой прямой изменяется по закону  $S(t) = t^4 + 1/3t^3 - t^2 + 8$ . Чему будет равна мгновенная скорость (м/с) через 3 с после начала движения?

10. Материальная точка движется по закону  $x(t) = 1/3t^3 - t^2 + 9t + 11$  ( $x$  – перемещение в м,  $t$  – время в с). Через сколько секунд после начала движения ускорение точки будет равно  $10 \text{ м/с}^2$ ?

## Контрольная работа № 6 (2 часа)

### Вариант 1

1. Докажите, что функция  $F(x) = 3x^2 + \sin x - e^{5x}$  является первообразной функции

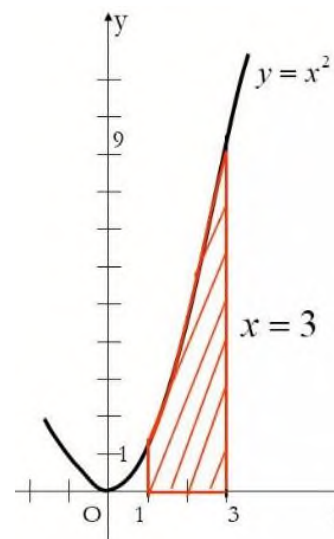
$$f(x) = 6x + \cos x - 5e^{5x} \text{ на всей числовой оси.}$$

2. Найдите первообразную  $F$  функции  $f(x) = 7\sqrt{x}$ , график которой проходит через точку  $A(0; \sqrt{3})$ .

3. Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке.

4. Вычислить интеграл: а)  $\int_1^2 (8x - 4) dx$ ;

б)  $\int_0^\pi (1 - \cos x) dx$



5. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой  $y = 5$  и графиком функции  $y = x^2 + 1$ .

### Вариант 2

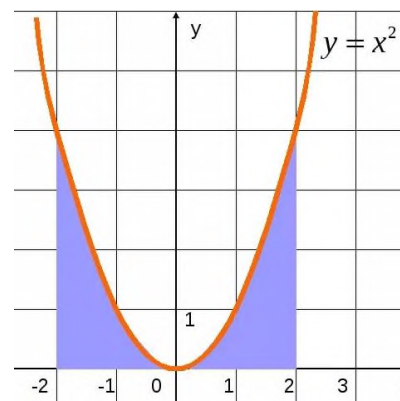
1. Докажите, что функция  $F(x) = x^3 + \cos x + e^{7x}$  является первообразной функции  $f(x) = 3x^2 - \sin x + 7e^{7x}$  на всей числовой оси.

2. Найдите первообразную  $F$  функции  $f(x) = 5\sqrt{x}$ , график которой проходит через точку  $A(0; \sqrt{5})$ .

3. Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке.

4. Вычислить интеграл: а)  $\int_1^2 (10x - 5) dx$ ;

б)  $\int_0^\pi (1 - \sin x) dx$



5. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой  $y = 6$  и графиком функции  $y = x^2 + 2$

## Контрольная работа № 7 (2 часа)

### Вариант 1

1. Прямая  $a$  параллельна прямой  $b$ , прямая  $b$  параллельна прямой  $c$ . Можно ли утверждать, что прямая  $a$  параллельна прямой  $c$ ? Почему?
2. Плоскость пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно в точках  $D$  и  $E$ , причем  $AC \parallel DE$ . Найдите  $AC$ , если  $DB:AD = 3:2$  и  $DE = 9$  см.
3. Отрезок  $MN$ , равный 23 см, лежит в плоскости  $\alpha$ . Точка  $P$  не лежит в ней. Точки  $A$  и  $B$  – середины отрезков  $MP$  и  $NP$ . Вычислите расстояние между точками  $A$  и  $B$ .
4. Найти диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 3 см, 4 см и 5 см.

### Вариант 2

1. Верно ли, что две прямые, параллельные одной и той же плоскости, параллельны между собой? Почему?
2. Плоскость пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно в точках  $D$  и  $E$ , причем  $AC \parallel DE$ . Найдите  $AC$ , если  $DB:AD = 4:3$  и  $DE = 12$  см.
3. Отрезок  $MN$ , равный 13 см, лежит в плоскости  $\alpha$ . Точка  $P$  не лежит в ней. Точки  $A$  и  $B$  – середины отрезков  $MP$  и  $NP$ . Вычислите расстояние между точками  $A$  и  $B$ .
4. Найти диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 2 см, 3 см и 5 см.

### Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.



## **2.4. ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ПРОЕКТ (26 ЧАСОВ)**

### **Темы индивидуального проекта:**

- 1) Депозиты и вклады: понятия, виды и отличительные черты. Преимущества Вкладов и депозитов.
- 2) Валютный курс. Построение кривой изменения валютного курса рубля за 2 месяца
- 3) Курс акций. Построение кривой изменения курсов акций крупных российских компаний
- 4) Исследование динамики инфляции в России за последние 5 лет
- 5) Продовольственная корзина: состав и динамика за последние 5 лет
- 6) Инвестиции: сущность и классификация
- 7) Налоговые вычеты для физических лиц
- 8) Налогообложение физических лиц
- 9) Банкротство физических лиц: понятие, особенности и основные этапы
- 10) Банковские операции: понятие, виды, общая характеристика
- 11) Кредитная история: понятие и правила формирования
- 12) Инвестиционные риски: классификация и виды, способы минимизации

Индивидуальный проект выполняется обучающимся самостоятельно по выбранной теме в соответствии с расписанием консультаций по индивидуальному проектированию в рамках аудиторной и внеаудиторной деятельности. Индивидуальный проект выполняется в соответствии со структурой.

### **Структурные элементы индивидуального проекта**

#### **Титульный лист (в соответствии с Приложением 1) Содержание**

Вслед за титульным листом помещается содержание, в котором приводятся все заголовки и указываются страницы, где они находятся. Сокращать их или давать в другой формулировке, последовательности и соподчиненности нельзя. Все заготовки пишутся с прописной буквы и без точки в конце.

#### **Введение**

В нем обосновывается актуальность выбранной темы. Актуальность – обязательное требование к любой проектной работе. Обоснование ее включает оценку значимости проекта и предполагаемых результатов, раскрываются возможности их использования на практике.

Во введении необходимо представить объект, предмет, гипотезу, цель, задачи; методы исследования, практическая значимость, указываются межпредметные связи, сообщается,

кому предназначен. Во введении также дается характеристика основных источников получения информации (официальных, научных, литературных, библиографических). Желательно перечислить используемые в ходе выполнения проекта оборудование, материалы.

### **Главы основной части**

В первой главе проекта проводится аналитическая оценка исследуемой проблемы, рассматривается предполагаемая методика и техника его выполнения.

В следующей главе (практической) необходимо представить разработанные подходы/банк идей, способы их решения, рассматриваемые в проекте.

### **Заключение**

В заключение проекта излагаются полученные результаты, определяется их соотношение с целью и конкретными задачами, сформулированными во введении, дается самооценка студентом результатов, проделанной им работы.

### **Список используемой литературы**

После заключения помещают список используемой литературы (5-6 источников, оформленных в соответствии с требованиями нормоконтроля).

### **Приложения**

Вспомогательные или дополнительные материалы, которые загромождают основную часть работы, помещают в приложениях. В приложении содержится таблицы, текст, графики, карты, рисунки. Каждое приложение должно начинаться с нового листа (страницы).

### **Особенности формулирования основных компонентов введения индивидуального проекта**

Название компонентов введения индивидуального проекта. Компоненты введения индивидуального проекта

#### **Введение**

Введение должно содержать оценку современного состояния изучаемой научной проблемы, основание и исходные данные для ее разработки (объем примерно 1-2 страницы от общего объема работы).

В него входят ниже указанные компоненты:

**Актуальность темы.** В этой части необходимо обосновать важность исследования темы индивидуального проекта. Ссылаясь на остроту, значимость и практическую ценность избранной проблематики, необходимо объяснить (кратко, емко, логично), почему эта тема занимает важное место в науке и практике. Помимо этого, следует указать, какие проблемы и закономерности она отражает.

При доказательстве актуальности необходимо сослаться на труды известных и авторитетных ученых и практиков применительно к этой теме.

В процессе анализа степени разработанности проблемы необходимо показать недостаточность разработанности выбранной темы исследования и необходимость изучения проблемы в новых современных социально-экономических, политических или иных условиях.

Актуальность предпринимаемого исследования заключается также в предвидении того положительного эффекта, который будет достигнут в результате решения выдвинутой научно-практической задачи

Актуальность исследования может определяться несколькими факторами:

- потребностью в новых данных;
- потребностью в новых методиках;
- потребностью практики
- и другое

**Проблема научного поиска** Проблема научного поиска предполагает обоснование того насколько изучено содержание проблемы в целом

Проблема – некая противоречивая ситуация, требующая своего разрешения. Разрешение этого противоречия самым непосредственным образом связано с практической необходимостью. Это значит, что, обращаясь к той или иной проблеме, исследователю необходимо определить, на какие вопросы практики могут дать ответ результаты его работы

Постановка научной проблемы предполагает:

- обнаружение дефицита знаний, информации, имеющегося опыта;
- осознание потребности в устранении этого дефицита.

Уточнение формулировки проблемы. В формулировании проблемы используются вопросы: Кто? Что? Когда? Каковы? Почему?

Проблема «вырастает» из темы – это неизвестная часть, болевая точка, которую стоит преобразовать, раскрыть посредством исследования

Проблема может решать как теоретические, так и экспериментальные задачи. Через проблему студент как бы берёт на себя задачу ответить своей деятельностью на появившийся проблемный вопрос (задачу, ситуацию) до сих пор не имеющий решения

Проблема исследования ставится, чтобы обозначить этот слабый элемент как предмет преобразования, как неизвестный элемент в его связи с известным и разработанным элементом. Знание и незнание в проблеме – это путь, по которому нужно двигаться. Проблема определяет область поиска

Проблема формулируется в виде проблемной ситуации, проблемного вопроса, проблемной задачи.

Проблемная ситуация подробно описывается в разделе актуальности исследования, тема исследования сливается с проблемой и выражает её. Проблемный вопрос начинается со слов «как», «в какой мере», «каковы»

– это вопрос о возможности исследовать тот или иной предмет исследования

Проблема определяет область поиска, цель исследования. Через

«проблему» будут формироваться «объект», «предмет» исследования

**Примерные варианты клише в формулировании актуальности, проблемы научного поиска:**

Чрезвычайно актуальна в последние годы...

В настоящее время в науке нет единых подходов (единого мнения) по поводу данной проблемы...

На основе анализа научных трудов ученых теоретиков (указать полностью ФИО) была определена следующая проблема научного поиска ... Особенно актуальными в последнее время стали вопросы ....

Некоторые фундаментальные проблемы, проводимые в ..., остаются пока малоизученными, а в практике почти не изучено ...

Проблема ... в настоящее время находится в центре внимания ... Изучение проблемы ... связано с исследованием ...

В центре внимания автора находится проблема ... На первый план автором выдвигается проблема ...

Вместе с тем следует отметить, что в психологической (педагогической и др.) науке на сегодняшний день проблема .... проанализирована недостаточно...

Главные усилия автора направлены на исследование проблемы ... Поэтому автор стремился к выяснению (исследованию, определению) ... В своей работе автор останавливается (затрагивает, освещает) следующие проблемы ...

**Объект** – фрагмент объективной реальности (конкретное явление, процесс), избранный для исследования

Объект – это процесс или явление, которое порождает проблемную ситуацию и выбрано для изучения

Объект исследования всегда шире, чем его предмет

В объекте выделяется та его часть, которая служит предметом изучения.

Именно на него направлено основное внимание исследователя

Объект исследования – это процесс или явление, порождающее проблемную ситуацию, в рамках которой, ведётся данное исследование

Объектом исследования могут быть учебно-воспитательный, учебно-организационный, управленческий и тренировочный процессы, развивающиеся в общеобразовательных учреждениях, ДЮСШ, вузах, в физкультурно-оздоровительных комплексах

Объект исследования включает в себя другой важнейший элемент – предмет исследования, который взаимосвязан с другими составными частями объекта и позволяет его конкретизировать

**Предмет исследования** – это та или иная сторона, свойство, отношение объекта, которые изучаются с определенной целью и в определенных условиях.

Предмет содержится в границах объекта (фрагмент объекта), подвергающийся непосредственному изучению.

Предмет исследования – это часть объекта исследования, которая подлежит особо тщательному изучению и преобразованию. Предметом исследования могут быть явления в целом, отдельные их стороны, аспекты и отношения между отдельными сторонами и целым (совокупность элементов, связей, отношений в конкретной области исследуемого объекта, в которой выявлена проблема, требующая решения).

Предмет исследования рассматривается в динамике, как «болевая точка», неизвестное. Выделенный «предмет» должен быть уже объекта и уже темы (он является их частью).

**Гипотеза исследования** (предположение) – предположительное суждение о закономерной (причинной) связи явлений.

Гипотеза – это предположение, выдвигаемое для объяснения какого-либо явления, которое не подтверждено и не опровергнуто.

Гипотеза – это предполагаемое решение проблемы. Она определяет главное направление научного поиска и является основным методологическим инструментом, организующим весь процесс исследования.

Гипотеза – это предположение, истинность которого еще не доказана, прогноз:

а) ожидаемого решения исследовательской задачи (какие выводы вы предполагаете получить) ИЛИ / И

б) ожидаемого пути решения исследовательской задачи (как вы планируете проводить исследование).

К гипотезе предъявляются следующие два основных требования:

- гипотеза не должна содержать понятий, которые не уточнены;
- гипотеза по возможности должна быть проверяема при помощи имеющихся методик.

Формулируя гипотезу, исследователь должен строить предположение о том, каким образом, при каких условиях проблема исследования и поставленная цель будут успешно реализованы.

Что значит проверить гипотезу? Это значит проверить те следствия, которые логически из нее вытекают.

В результате проверки гипотезу подтверждают или опровергают.

Примерные варианты клише в формулировании гипотезы:

Психолого-педагогическое исследование стимулируется гипотезой о том, что использование специально направленной коррекционно-развивающей программы позволит снизить уровень тревожности и нейтрализовать различные проявления страха у детей дошкольного возраста

Предполагается, что своевременное распознавание тревожности и ее причин у детей дошкольного возраста может позволить предотвратить развитие невротических состояний, снизить уровень тревожности в поведении путем проведения целенаправленной коррекционно-развивающей работы

Мы исходили из предположения о том, что эффективность процесса гендерного воспитания, возможно, будет обеспечиваться комплексом организационно-педагогических мероприятий в условиях организации предметно-развивающей среды, ориентированной на гендерное самопознание детей старшего дошкольного возраста.

Основу гипотезы составляет идея о том, что особенности темперамента ребенка дошкольного возраста оказывают влияние на эффективность его взаимодействия со сверстниками и взрослыми

**Цель исследования** – это прогнозирование конечного результата, который должен быть получен при завершении работы.

Цель исследования вытекает из темы, проблемы научного поиска и имеет 2 составные части – теоретическую и практическую.

Цель должна быть точной, краткой и конкретной.

Примерные варианты клише в формулировании цели: Целью исследования является анализ развития ... и разработка предложений по ...

Целью данного исследования является определение эффективности формирования ...

Цель настоящего исследования состоит в том, чтобы проанализировать ..., определить важность и значимость ... для ...

**Задачи исследования** – это выбор путей и средств для достижения цели исследования. Задачи должны укладываться в цель, не выходить за её «пределы», не должны быть шире цели.

В индивидуальном проекте может быть поставлено несколько задач: задачи по изучению теории вопроса, направленные на работу с «объектом» исследования; задачи, отражающие «предмет» исследования; задачи по проведению практической части исследования.

Сформулированная гипотеза и цель исследования определяют постановку задач, которые можно рассматривать как основные этапы работы, продиктованные логикой исследования, таких задач в индивидуальном проекте может быть 3-4. На каждую поставленную задачу в выводах должен быть дан содержательный ответ.

Примерные формулировки задач исследования

Цель исследования определила постановку следующих задач:

1) изучить..., 2) выявить..., 3) разработать..., 4) обосновать..., 5) экспериментально проверить..., и т.д.

Методы исследования Методы исследования – приёмы, процедуры и операции теоретического и эмпирического познания и изучения явлений действительности.

Теоретические методы: анализ научной и специальной литературы, контент-анализ, абстрагирование, идеализация, формализация, синтез, индукция и дедукция, обобщение и т.д.

Эмпирические методы: наблюдение, сравнение, счёт, измерение, описание, анкетный опрос, собеседование, тесты, метод проб и ошибок и т.д.

Этапы исследования Краткое обоснование последовательности (порядка) проведения теоретического и практико-ориентированного исследования; указание особенностей завершающей части работы над индивидуальным проектом

Практическая значимость. Указывается возможность практического применения материалов, полученных в ходе работы над темой индивидуального проекта.

Речевые клише, которые можно использовать при написании индивидуальных проектов.

Анализ различных источников информации.

Автор выражает/полагает/считает ... Автор данного пособия утверждает, что ... Автор отмечает, что ...

Автор пишет, что ... Автор подчеркивает ... Автор предлагает ...

Автор статьи, (имя, отчество, фамилия), справедливо указывает, что ... Данное пособие предназначено для ...

Данный материал является очень важным... Структура книги отражает ...

В данной статье представлены отличительные особенности... Аргументированной представляется точка зрения, согласно которой... Нельзя не согласиться с автором указанной статьи ...

Большое разнообразие ... делает данную книгу ... В данной статье можно найти ...

В данном пособии рассматривается ...

Возвращаясь к вопросу о...

В подобной трактовке ... выступает не просто как ... В этом случае ...

Все это можно было бы использовать в ... Одним из достоинств данной статьи / книги / монографии является то, что ... Данная книга / статья рассматривает ...

Книга может быть очень полезной ... Книга состоит из ... глав ...

Данная работа является ... Данная статья содержит ...

Практическая направленность данной статьи ... Данная позиция выражает...

Дискуссионным можно считать мнение/ утверждение о том, что... Для автора данной книги очень важным является то, что ... Думается, что такой подход важен для ...

Данный подход можно рассматривать как...

Если рассматривать данное понятие в подобной трактовке ... Здесь говорится о том, что ...

Однако, эта концепция ... Известно, что ...

Информация, содержащаяся в данной статье / книге / монографии ... Наиболее важным источником ... является ...

Очень подробное и последовательное описание данной проблемы представлено в...

#### **Речевые клише для сопоставительного анализа**

Приведенное описание показывает / доказывает,

Как показал анализ приведенных выше примеров, далее логично остановиться на вопросе...

Коммуникативный подход к обучению ... предполагает ... Можно согласиться с тем, что ...

Мы получили..., следовательно, ... Не менее важным является ... Несмотря на это, данный ...

#### **Речевые клише для выводов**

Обобщая все вышесказанное, приходим к следующему выводу: ... Обобщая сказанное, подчеркнем, что среди факторов, определяющих актуальность и ценность рассматриваемого ...

Обратимся к рассмотрению методических приемов, используемых ... Однако, прежде следует отметить ...

Особое внимание уделено ...

Проанализировав ключевые положения исследуемой проблемы, можно прийти к выводу, что ... ... рассматривается как ...



Представим обоснование того, в каком соотношении находятся ... Следовательно ..., что ...

Согласно ...

В соответствии с вышеуказанными теоретическими утверждениями можно представить следующий вывод ...

Таким образом,

Представленный вывод позволяет определить дальнейшие перспективы в исследовании данной проблемы...

В соответствии с этим можно высказать свои собственные суждения... В заключение следует отметить, что ...

Вышеизложенное позволяет подчеркнуть/отметить, что ... Как было сказано / отмечено выше, ...

Применение данного подхода позволило выявить, что... Проведенное исследование подтверждает...

Очевидно, также, что ... Следует подчеркнуть, что... Следует отметить, что...

Со всей определенностью можно утверждать Целесообразным можно считать/считается...

На основании вышесказанного можно сделать вывод о том, что ...

### **Требования к оформлению индивидуального проекта**

От автора необходимо соблюдение научного стиля повествования и требований по оформлению текста. С требованиями по оформлению студент должен ознакомиться на сайте, вкладка Студентам – информационно- справочный материал

Общие требования к оформлению индивидуальных проектов:

1) работа выполняется на листах стандарта А4, шрифтом Times New Roman, размером шрифта 14, интервалом между строк – 1,5;

2) таблицы шрифтом Times New Roman, размером шрифта 12, интервал между строк точно 12 пунктов, выравнивание по левому краю;

3) размер полей: верхнее – 20 мм., нижнее – 20 мм; левое – 30 мм, правое – 10 мм;

4) титульный лист считается первым, но не нумеруется;

5) каждая новая глава начинается с новой страницы;

6) точка в конце заголовка, располагаемого посередине строки, не ставится;

7) все разделы содержания (названия глав, заключение, список литературы, каждое приложение) начинаются с новых страниц;

8) все сокращения в тексте должны быть расшифрованы.

Общим требованием ко всем работам является необходимость соблюдения норм и правил цитирования, ссылок на различные источники. В случае заимствования текста работы (плагиата) без указания ссылок на источник проект к защите не допускается.

Объем текста индивидуального проекта (титульный лист, содержание, введение, основная часть, заключение, литература) – не менее 12 и не более 18 машинописных страниц. Для приложений может быть отведено дополнительно не более 10 стандартных страниц.

### **Требования к защите индивидуального проекта**

1 Процедура защиты проводится в устной форме с обязательной демонстрацией презентации и не должна превышать 7 минут, количество слайдов в презентации – не более 30.

2 Результаты выполнения индивидуального проекта оцениваются по итогам рассмотрения комиссией представленного индивидуального проекта; его защиты и презентации к ней на основе указанных критериев.

### **Критерии оценивания индивидуального проекта**

Защита индивидуального проекта заканчивается выставлением оценок.

*«Отлично»* выставляется:

- работа носит практический характер, содержит грамотно изложенную теоретическую базу, характеризуется логичным, последовательным изложением материала с соответствующими выводами и обоснованными предложениями;

- имеет положительные отзывы руководителя;

- при защите работы обучающийся показывает достаточно глубокие знания вопросов темы, свободно оперирует данными исследованиями, вносит обоснованные предложения, во время выступления использует наглядные пособия (таблицы, схемы, графики, электронные презентации и т.д.) или раздаточный материал, легко отвечает на поставленные вопросы.

*«Хорошо»* выставляется:

- носит практический характер, содержит грамотно изложенную теоретическую базу, характеризуется последовательным изложением материала с соответствующими выводами, однако с не вполне обоснованными предложениями;

- имеет положительный отзыв руководителя;

- при защите обучающийся показывает знания вопросов темы, оперирует данными исследования, вносит предложения, во время выступления использует наглядные пособия (таблицы, схемы, графики, электронные презентации и т.д.) или раздаточный материал, без особых затруднений отвечает на поставленные вопросы.

«Удовлетворительно» выставляется: носит практический характер, содержит теоретическую главу, базируется на практическом материале, но отличается поверхностным анализом и недостаточно критическим разбором, в ней просматривается непоследовательность изложения материала, представлены необоснованные предложения; в отзывах руководителя имеются замечания по содержанию работы и оформлению;

при защите обучающийся проявляет неуверенность, показывает слабое знание вопросов темы, не дает полного, аргументированного ответа на заданные вопросы.

## 2.5. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

ФОС предназначен для контроля и оценки результатов освоения предмета ПП.01 «Математика»

Форма: экзамен.

Промежуточная аттестация проходит в форме экзамена. На промежуточную аттестацию выделяется 90 минут.

### Билет 1

1.  $\log_{0.8} 3 * \log_3 1.25 = ?$

2.  $\int (x - 2)e^{2x} dx$

3.  $\frac{(152\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8}) * 0.3}{0.2} = ?$

### Билет 2

1.  $\sin x + \cos x = 1$

2.  $Y = e^{\cos x}$

3.  $Y' = ?$

4.  $\frac{215\frac{9}{16} - 208\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{0.0001:0.005} = ?$

### Билет 3

1.  $\cos^2 x + \sin x * \cos x = 1$

2.  $Y = \frac{tg^6 2x dx}{\cos^2 2x}$

$Y' = ?$

3.  $\frac{(2.1 - 1.965):(1.2 * 0.045)}{0.00325:0.013} - \frac{1:0.25}{1.6 * 0.625}$

### Билет 4

1.  $2\lg 0.1 + 3\ln e^2 = ?$
2.  $\sin^2 x + 4\sin x * \cos x + 5\cos^2 x = 2$
3.  $\frac{(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}) * 5\frac{5}{6}}{(21 - 1.25) : 2.5}$
- 4.

### Билет 5

1.  $\frac{2\ln 3e - \ln 9}{3\ln 5e - \frac{3}{2}\ln 25}$
2.  $1\frac{7}{20} : 2.7 + 2.7 : 1.35 + + \left(0.4 : 2\frac{1}{2}\right) * (4.2 - 1\frac{3}{40})$
3. Вычислите площадь, ограниченную синусоидой  $y = \sin x$ , осью ОХ и прямой  $x = \frac{\pi}{2}$

### Билет 6

1.  $\frac{1}{\log_{12} 18} + \frac{1}{\log_{27} 18}$
2.  $\frac{(85\frac{7}{30} - 83\frac{5}{18}) : 2\frac{2}{3}}{0.04}$
3.  $Y = \sqrt[3]{x^2 + \operatorname{tg} x + 15}$

$Y' = ?$

### Билет 7

1.  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$
2.  $\int \frac{x dx}{x^2 + 1}$
3.  $\frac{(152\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8}) * 0.3}{0.2} = ?$

Билет 8

$$1. 2\cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 3\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + 1 = 0$$

$$2. \frac{(2.1-1.965):(1.2*0.045)}{0.00325:0.013} - \frac{1:0.25}{1.6*0.625}$$

$$3. Y = \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2}$$

Y'=?

Билет 9

$$1. Y = \sqrt{x^2 + 4} * \ln(\sin x)$$

Y'=?

$$2. \int (x - 2)e^{2x} dx$$

$$3. \frac{(2.1-1.965):(1.2*0.045)}{0.00325:0.013} - \frac{1:0.25}{1.6*0.625}$$

Билет 10

$$1. Y = \frac{1}{\sqrt{3-2x^2}}$$

Y'=?

$$2. 1\frac{7}{20} : 2.7 + 2.7 : 1.35 + + \left(0.4 : 2\frac{1}{2}\right) * (4.2 - 1\frac{3}{40})$$

$$3. \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$$

Билет 11

$$1. \int (1 + \sin x)^3 \cos x dx$$

$$2. Y = x \operatorname{tg}^2 x$$

Y'=?

$$3. 1\frac{7}{20} : 2.7 + 2.7 : 1.35 + + \left(0.4 : 2\frac{1}{2}\right) * (4.2 - 1\frac{3}{40})$$

Билет 12

1.  $\int \frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)}$

2.  $1\frac{7}{20} : 2.7 + 2.7 : 1.35 + + \left(0.4 : 2\frac{1}{2}\right) * (4.2 - 1\frac{3}{40})$

3.  $\ln 2e^2 + \ln \frac{1}{2e} = ?$

Билет 13

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -e^x$ ,  $x = 1$  и координатными осями.

2.  $Y = \sqrt[7]{\sin^3(5 * 9^x)}$

$Y' = ?$

3.  $1\frac{7}{20} : 2.7 + 2.7 : 1.35 + + \left(0.4 : 2\frac{1}{2}\right) * (4.2 - 1\frac{3}{40})$

Билет 14

1.  $\operatorname{tg} x < \frac{1}{\sqrt{3}}$

2.  $\frac{\left(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}\right) * 5\frac{5}{6}}{(21 - 1.25) : 2.5}$

3.  $\int (1 + \sin x)^3 \cos x \, dx$

Билет 15

1.  $Y = \ln^2(2x - 1)$

$Y' = ?$

2.  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x \, dx}{\cos^2 x + 1}$

3.  $\frac{\left(152\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8}\right) * 0.3}{0.2} = ?$

Билет 16

$$1. \quad Y = \sqrt{x^2 + 4} * \ln(\sin x)$$

$$Y' = ?$$

$$2. \quad \int (x - 2)e^{2x} dx$$

$$3. \quad \frac{(2.1 - 1.965) : (1.2 * 0.045)}{0.00325 : 0.013} - \frac{1 : 0.25}{1.6 * 0.625}$$

Билет 17

$$1. \quad \int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$$

$$2. \quad \frac{\left(152\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8}\right) * 0.3}{0.2} = ?$$

$$3. \quad \frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} = ?$$

Билет 18

$$1. \quad \cos x \geq -\frac{1}{2}$$

$$2. \quad Y = -2xe^{3x} + (x^2 - 4x + 3)\sin 7x$$

$$Y' = ?$$

$$3. \quad \int \frac{dx}{x+5}$$

#### Критерии оценивания промежуточной аттестации:

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором студент свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если студент полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает

неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если студент имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания



### 3. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА И ИНЫЕ ИСТОЧНИКИ

#### Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия [Электронный ресурс]: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И.Башмаков— Электрон. текстовые данные.- М. : Издательский центр «Академия», 2021. — 256 с. Режим доступа: <http://www.academia-moscow.ru/catalogue/4831/184471/>— ЭБС «Академия»

#### Дополнительные источники:

1. Абдуллина, К. Р. Математика : учебник для СПО / К. Р. Абдуллина, Р. Г. Мухаметдинова. — Саратов : Профобразование, 2021. — 288 с. — ISBN 978-5-4488-0941-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/99917.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ М.М. Чернецов [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский государственный университет правосудия, 2022.— 336 с.— Режим доступа: <https://iprbookshop.ru/122921>.— IPR SMART, по паролю

3. Новак, Е. В. Высшая математика. Алгебра : учебное пособие для СПО / Е. В. Новак, Т. В. Рязанова, И. В. Новак ; под редакцией Т. В. Рязановой. — 2-е изд. — Саратов, Екатеринбург : Профобразование, Уральский федеральный университет, 2019. — 115 с. — ISBN 978-5-4488-0484-7, 978-5-7996-2821-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/87795.htm>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

4. Алексеев, Г. В. Высшая математика. Теория и практика : учебное пособие для СПО / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Саратов : Профобразование, Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 236 с. — ISBN 978-5-4486-0755-4, 978-5-4488-0253-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/81274.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81274>

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

<b>№ п.п.</b>	<b>Содержание изменения</b>	<b>Дата, номер протокола заседания кафедры, подпись зав.кафедрой</b>
1	2	3
1		
2		
3		
4		